N° d'ordre A.O. 10.539

Faculté des Sciences Fondamentales
et Appliquées
Laboratoire de Spectronomie Moléculaire

THESE

présentée à la Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées
de l'Université de Dijon

par

Claude MILAN

pour obtenir
le grade de DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE GRILLES DE DÉCODAGE POUR SPECTROMETRES SANS FENTE

Thèse soutenue le 18 juin 1974 devant la Commission d'Examen

M. MORET-BAILLY *Président*
M. MAC CUBBIN *Examinateur*
M. GIRARD *Examinateur*
M. COQUET *Examinateur*

N° d'ordre :

Faculté des Sciences Fondamentales
et Appliquées
Laboratoire de Spectronomie Moléculaire

THESE

Présentée à la Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées
de l'Université de Dijon

par

Claude MILAN

pour obtenir
le grade de Docteur ès Sciences Physiques

CONTRIBUTION A L'ETUDE DE GRILLES DE DECODAGE POUR SPECTROMETRES SANS FENTE

Thèse soutenue le 18 JUIN 1974 devant la Commission d'Examen

M. MORET-BAILLY	Président
M. MAC CUBBIN	Examinateur
M. GIRARD	Examinateur
M. COQUET	Examinateur

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Je remercie vivement Monsieur J. MORET-BAILLY qui a bien voulu m'accueillir dans son Laboratoire. Il a dirigé l'ensemble de mes travaux et m'a constamment guidé aussi bien sur le plan théorique que pratique.

Je remercie l'ensemble des membres du Laboratoire de Spectronomie Moléculaire de Dijon, ainsi que l'équipe de Monsieur VIENOT qui m'ont permis de tester différents modèles de grilles.

Qu'il me soit permis aussi de remercier Monsieur BOUCHAREINE ainsi que la Société REOSC qui ont adapté nos modèles sur leurs appareils.

Je remercie Messieurs MAC CUBBIN, GIRARD et COQUET d'avoir bien voulu participer au Jury de cette Thèse.

Je remercie enfin le personnel technique de l'Université de Dijon qui m'a permis la réalisation matérielle de cet ouvrage.

A ma femme,

PREMIERE PARTIE

Rappels des travaux effectués par GOLAY, GIRARD, MORET-BAILLY et CADOT.

I N T R O D U C T I O N

Ce travail est une contribution à l'étude des spectromètres à grilles. Il est divisé en cinq grandes parties. La première partie est un rappel des travaux effectués par GOLAY, GIRARD, MORET-BAILLY et CADOT dans ce domaine. La seconde partie est consacrée à l'adaptation de grilles du type NEILL sur le spectromètre de J. CADOT. Les grilles de NEILL sont des grilles parfaitement apodisées et le taux de modulation du flux lumineux est maximum. La troisième partie est relative à une étude sur ordinateur de grilles conduisant à une bonne fonction d'appareil et adaptables sur des spectromètres à très haute résolution. Dans la quatrième partie nous exposons comment nous avons adapté des grilles sur le spectrographe à haute résolution de H. BERGER et comment un ordinateur permet de faire le décodage des plaques photographiques. Enfin dans une cinquième partie nous étudions quelques modèles de grilles permettant de faire de la spectrométrie multiplex.

I - GENERALITES.

Il existe deux grands types d'appareils permettant de mesurer la répartition spectrale de l'énergie : les spectrographes et les spectromètres. Dans les spectrographes on enregistre simultanément l'ensemble des éléments spectraux, par exemple sur une plaque photographique. Cette plaque est ensuite dépouillée à l'aide d'un microdensitomètre. Chaque élément spectral a été enregistré pendant toute la durée de l'expérience. Dans les spectromètres, au contraire on n'enregistre qu'un seul élément spectral à un instant donné. Les spectromètres présentent par rapport aux spectrographes une infériorité importante du point de vue énergétique, si le rendement des récepteurs est le même. Ceci est d'autant plus important que le rapport signal/bruit dépend de l'énergie reçue par le récepteur.

Il semble donc, a priori que les spectrographes donnent de meilleurs résultats que les spectromètres puisque le temps de pose, donc l'énergie reçue par la plaque photographique n'est a priori pas limité. En pratique il n'en est rien, et ceci principalement à cause de la supériorité des récepteurs modernes par rapport aux plaques photographiques.

Actuellement diverses solutions existent pour faire de l'analyse spectrale avec des appareils dont l'étendue optique est très supérieure à celle des spectrographes ou spectromètres classiques à fentes. Nous citerons pour mémoire les travaux de JACQUINOT (1), CHABBAL (2), FELLGETT (3), P. CONNES (4), J. CONNES (5), GERBIE (6) et HERTZ (7).

Pourtant malgré sa faible luminosité le spectromètre à fentes reste actuellement l'outil le plus employé à cause de sa grande simplicité : mise en oeuvre facile, rapide, et dépouillement immédiat des spectres.

Un spectromètre à grilles diffère fort peu dans sa construction des spectromètres à fentes classiques. Les fentes d'entrée et de sortie sont remplacées par des mires ou grilles. Ces grilles sont constituées par un ensemble d'éléments ou de figures géométriques, certaines parties étant opaques et d'autres transparentes à la lumière. L'avantage essentiel d'un spectromètre à grilles par rapport à un spectromètre classique est d'augmenter de façon considérable l'étendue optique du faisceau, donc l'énergie admissible. Citons par exemple le système proposé par TINSLEY (8). Les grilles d'entrée et de sortie de son spectromètre sont constituées par des zones circulaires concentriques dont la surface est d'environ 600 Cm^2.

Nous appelerons "système de multifentes", un ensemble constitué de fentes élémentaires, de hauteur et de largeur constantes. Les fentes élémentaires sont gravées sur un support rigide et leur largeur est fixe. Optiquement, un tel système est équivalent à une fente unique, dont la largeur est égale à celle d'une fente élémentaire. Cette largeur est donc fixe, alors que dans un spectromètre classique, elle est réglable. Nous verrons cependant, qu'il est possible de diminuer la largeur de la fente équivalente (troisième partie - paragraphe B).

Spectromètres à un ou deux systèmes de multifentes :

Dans un spectromètre classique la fente d'entrée étant placée au centre d'un miroir sphérique, celui-ci en donne une image dont le grandissement est - 1. En pratique fente d'entrée et fente de sortie sont donc au voisinage immédiat du centre du miroir sphérique. Avec un système de multifentes on peut utiliser le même procédé : un système de multifentes utilisées par transmission à l'entrée et un système de multifentes utilisées par transmission à la sortie. Mais on peut aussi, à condition que le système de multifentes présente un centre de symétrie utiliser un seul système, par transmission à l'entrée et par réflexion à la sortie, ou l'inverse. Il suffit que la normale au plan du système de multifentes ne soit pas parallèle à la direction du faisceau incident. Les deux procédés sont utilisés.

Aberrations et distorsion dans un spectromètre à grilles :

Dans un spectromètre comportant deux systèmes de multifentes différents on peut photographier l'image du système d'entrée à travers l'instrument pour constituer le système de sortie. Ceci présente un avantage important car la distorsion introduite par le réseau est alors parfaitement connue et corrigée, mais l'obtention d'une telle image est délicate. D'autre part comme on ne se trouve pas exactement au centre du miroir sphérique

s'introduisent des aberrations et le réglage de la focale est difficile. Avec un système unique on peut se mettre exactement au centre du miroir sphérique, le réglage de la focale ne nécessitant que le déplacement de ce miroir. Par contre il faut que le système de multifentes soit correctement corrigé de la distorsion introduite par le réseau.

Lorsque le réseau tourne, l'image du système d'entrée (fente ou multifentes d'entrée) se déplace sur le système de sortie (fente ou multifentes de sortie). Avec les deux types de multifentes le problème revient toujours à superposer deux systèmes de multifentes "droits" en translation l'un par rapport à l'autre, dans la direction de dispersion du réseau (axe Ox).

II - SYSTEMES DE MULTIFENTES DE GOLAY (10,11,12)

1 - Principe de fonctionnement d'un spectromètre classique :

Dans un spectromètre classique le signal émis par la source est modulé à une fréquence f par un découpeur mécanique qui "hache" le faisceau. Après dispersion par un prisme ou un réseau, on observe dans le plan de la fente de sortie des images monochromatiques de la fente d'entrée. L'une de ces images coïncide avec la fente de sortie et le flux correspondant tombe sur un récepteur. Le signal à la fréquence f est amplifié et envoyé sur un détecteur synchrone qui délivre un signal continu proportionnel à la composante de fréquence f du flux lumineux transmis par la fente.

2 - Systèmes de multifentes :

Reprenant les travaux du mathématicien WALSH (9), GOLAY propose de remplacer les fentes par deux mires constituées par une mosaïque de rectangles opaques ou transparents. Les largeurs de ces rectangles sont des multiples entiers de la largeur de fente dont on cherche à égaler le pouvoir de résolution. Il étudie deux grands modèles :

- dans le premier modèle il définit à l'aide d'une table de nombres pris au hasard quels sont les rectangles qui seront transparents et ceux qui ne le seront pas - la probabilité pour chaque rectangle d'être transparent ou opaque à la lumière étant de 1/2 -

- dans le second modèle (de faibles dimensions) les éléments sont au contraire parfaitement ordonnés afin d'apodiser au mieux la fonction d'appareil. Il développe à ce propos un modèle basé sur l'emploi de fonctions orthogonales constituées d'éléments binaires.

3 - Fonctionnement statique :

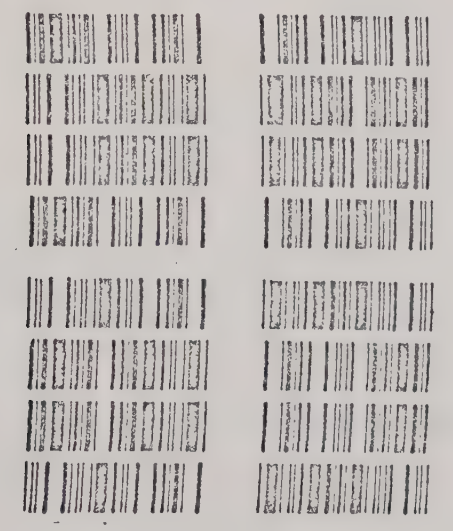
Du fait du remplacement de la fente d'entrée par une grille on observe après le système dispersif, et dans le plan de la grille de sortie les images monochromatiques de la grille d'entrée. L'une de ces images coïncide avec la grille de sortie, et c'est elle qu'il faut repérer à l'exclusion de toutes les autres. Plusieurs cas sont possibles suivant le type de grilles utilisées : la grille d'entrée G_E peut être identique à la grille de sortie G_S ou bien différente.

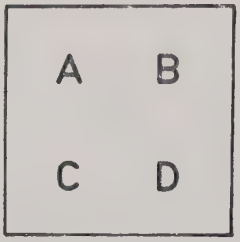
Dans le cas de deux grilles identiques on constate qu'à la "coïncidence", l'image de G_E étant sur G_S, le flux transmis par G_S est maximal et égal au flux transmis par G_E. Soit Φ_o le flux lumineux incident, on veut que la grille G_E transmette (ou réfléchisse) $\Phi_o/2$. Le flux final transmis par G_S est $\Phi_o/2$. Par contre en dehors de la coïncidence le flux lumineux moyen qui sort de G_S doit être $\Phi_o/4$. Si l'on utilise pour G_S la grille complémentaire de G_E ou si l'on utilise le premier modèle(mais par réflexion à la sortie), le flux lumineux est nul à la coïncidence et vaut $\Phi_o/2$ en dehors de celle-ci.

4 - Modulation du faisceau lumineux :

Avec une suite d'éléments binaires convenablement choisie et en faisant vibrer l'une des deux grilles par rapport à l'autre GOLAY obtient une fonction d'appareil sans maximums secondaires, donc une grille "idéale" mathématiquement.

Son système n'a pas été utilisé par la suite ce qui semble montrer que GOLAY a rencontré des difficultés dans la mise en oeuvre pratique du système. Le modèle qu'il a utilisé est présenté sur la figure n° 1. Il comporte quatre régions A, B, C, D d'égales surfaces ayant la forme de 4 carrés. Deux d'entre elles fonctionnent en entrée (A et B) et les autres en sortie. De plus C est identique à B tandis que D est le carré complémentaire de A. Il y a un centre de "symétrie" au sommet commun des 4 carrés. Chaque élément de la grille est en fait une petite fente courbe, pour tenir compte de la distorsion due au réseau.





Modèle de GOLAY - Fig. 1

III - LES GRILLES HYPERBOLIQUES DE GIRARD (13,14,15,16,17)

Reprenant les travaux de GOLAY qui n'avaient pas conduit à des applications pratiques GIRARD propose un spectromètre à grilles hyperboliques.

1 - Fonctionnement des grilles de GIRARD :

GIRARD réalise les deux associations décrites par GOLAY (grilles identiques et grilles complémentaires). Il obtient ainsi deux faisceaux

lumineux dont les compositions spectrales sont les mêmes pour toutes les radiations sauf à la coïncidence. Pour l'un des faisceaux, à la coïncidence le flux est nul (pour une radiation) alors qu'il est maximal et égal à $\Phi_o/2$ pour l'autre. La méthode consiste à obtenir deux faisceaux d'énergie égale et à les observer à tour de rôle grâce à un disque échancré dont les pales sont des miroirs. Le signal utile est modulé à la fréquence de commutation des faisceaux (figure n° 2).

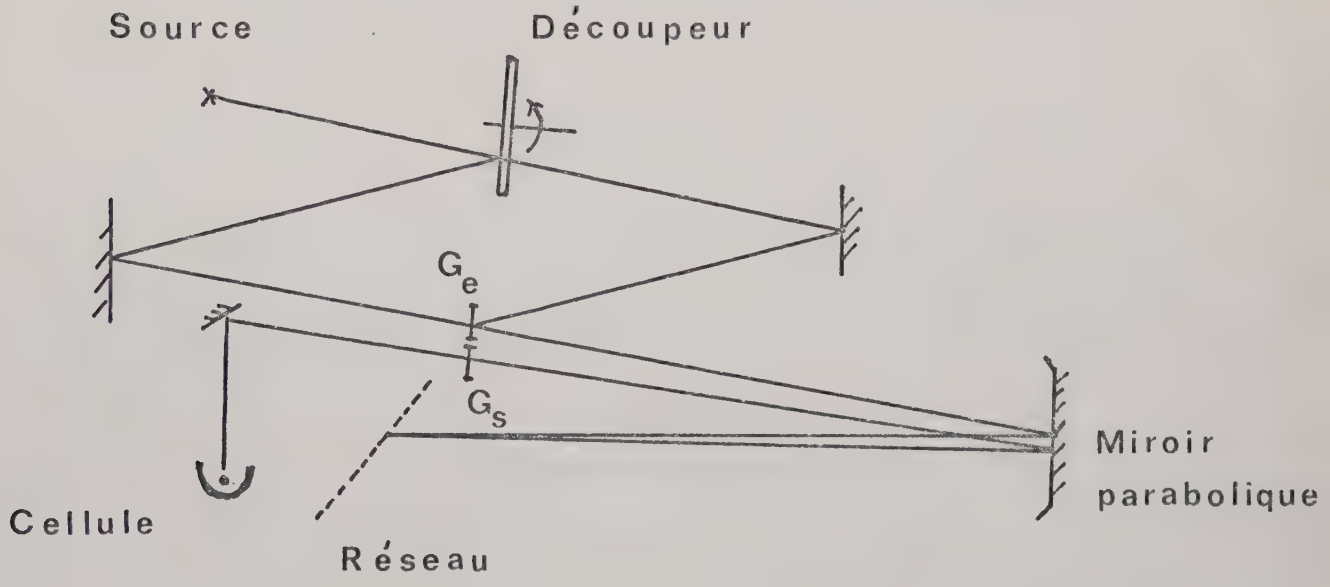


Figure 2

2 - Grilles utilisées par GIRARD :

Le coefficient de transmission en un point de coordonnées x et y d'une grille quelconque G est une fonction $t(x,y)$ qui satisfait à la condition $0 < t < 1$ et que l'on peut écrire sous la forme

$$t(x,y) = \frac{1}{2}\left[1 + f(x,y)\right] \quad \text{avec} \quad -1 < f(x,y) < 1$$

la loi de transmission de la grille complémentaire s'écrit de même

$$t_c(x,y) = \frac{1}{2}\left[1 - f(x,y)\right]$$

en faisant la différence des effets produits par 2 grilles complémentaires,tou se passe comme s'il s'agissait d'une grille unique dont la loi de transparence s'exprime par

$$t - t_c = f(x,y)$$

la fonction $f(x,y)$ choisie par GIRARD est $f(x,y) = \sin 2\Pi K x y$. Les courbes d'égale transparence sont alors des hyperboles équilatères définies par

$$xy = \text{constante}$$

La figure n° 3 montre l'aspect des grilles ; la figure n° 4 représente la fonction d'appareil lorsque le contour de la grille est un carré Pour améliorer la fonction d'appareil GIRARD agit sur le contour de la grille (figure 5).

IV - LES GRILLES A REPARTITION ALEATOIRE DE J.MORET-BAILLY ET J.CADOT : (18,19

1 - Généralités :

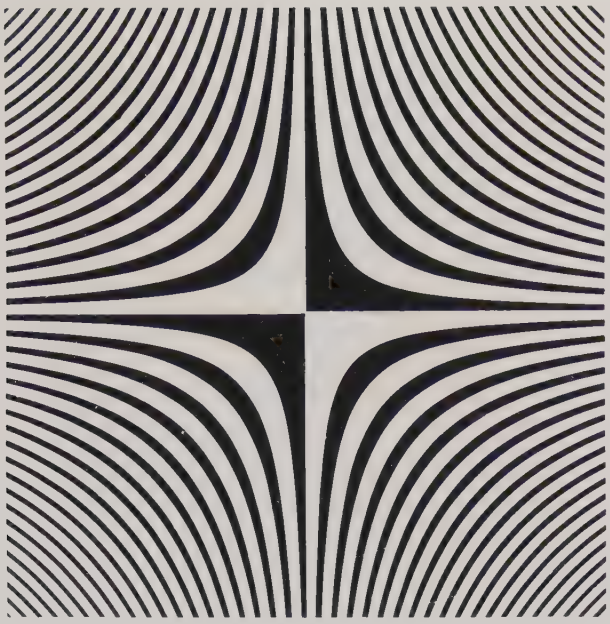
On peut faire aux grilles de GIRARD deux reproches essentiels. La fonction d'appareil présente des maximums secondaires importants ; l'emploi des grilles hyperboliques suppose l'homogénéité parfaite du faisceau lumineux vue la symétrie du montage. J. MORET-BAILLY et J. CADOT ont adapté sur leur spectromètre des grilles à répartition aléatoire. L'avantage essentiel de figures rectangles identiques est d'être peu sensible aux inhomogénéités d'éclairement : on peut réduire la grille en autant de grilles élémentaires qu'on le désire, chacune étant traversée par un flux homogène.

2 - Fonctionnement des grilles :

Elles comportent un centre de symétrie. La même grille joue le rôle de deux grilles complémentaires : à l'entrée elle fonctionne par transmission, et à la sortie par réflexion (ou vice versa). Ceci permet d'autre part de réduire au mieux la distorsion due au réseau. La grille vibre perpendiculairement à la direction de dispersion du réseau.

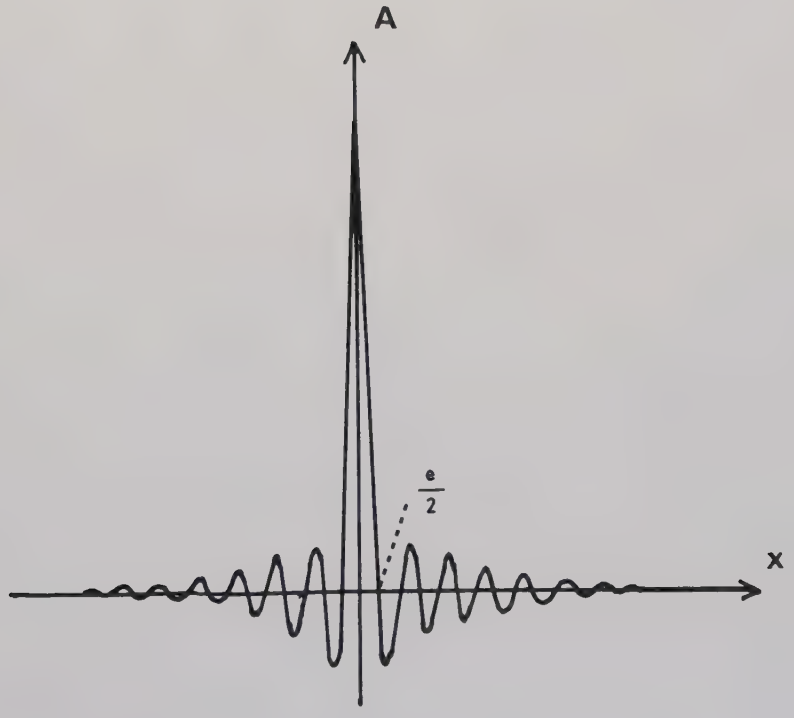
3 - Luminosité et fonction d'appareil :

La taille des grilles est élevée (60mm de diamètre) par rapport aux grilles hyperboliques (carré 30x30mm). Le taux de modulation est de $\Phi_o/4$ soit la moitié de celui de GIRARD. Réalisées à partir de répartitions aléatoires de confettis (18) elles ont une fonction d'appareil plus ou moins parfaite, variable avec la répartition utilisée. La figure 6 montre deux modèles de grilles de bâtonnets obtenus à partir de confettis en translation. Les bâtonnets sont allongés dans la direction de vibration de la grille. Cet allongement permet de rendre négligeables les phénomènes de diffraction dans cette direction (32).



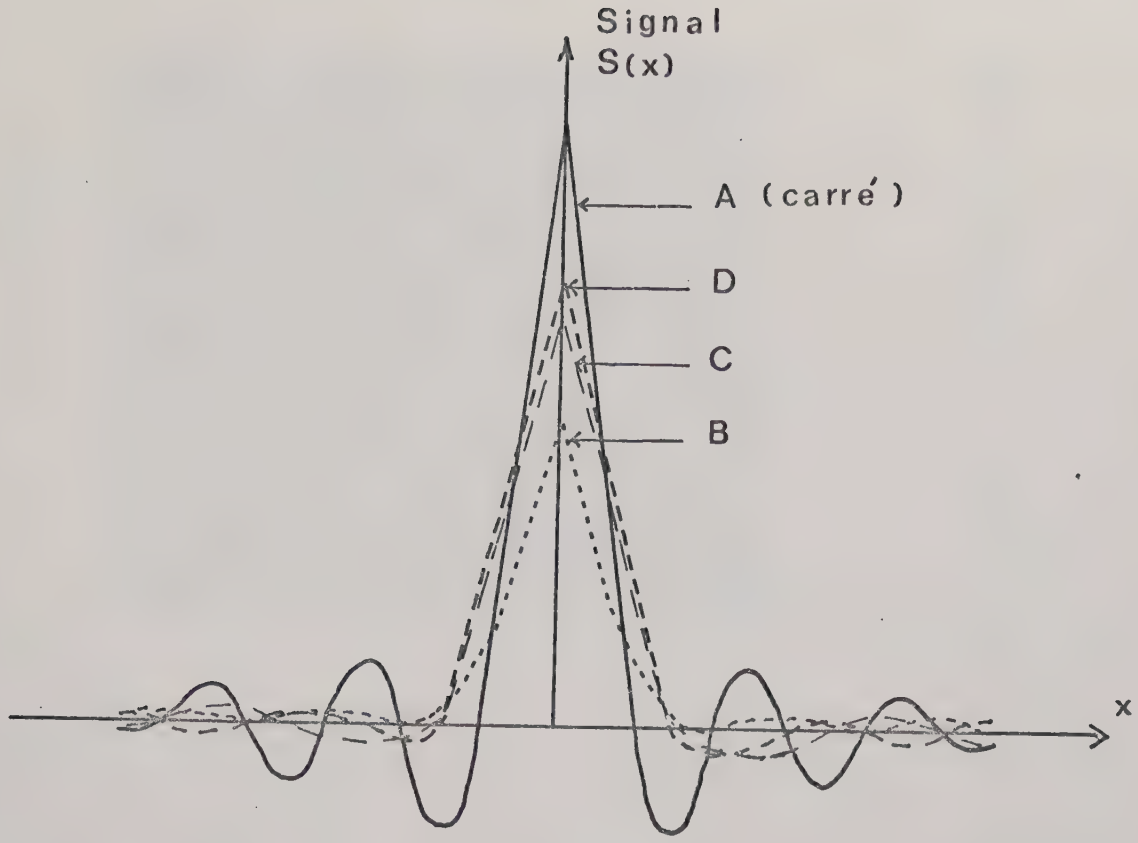
Grille de GIRARD

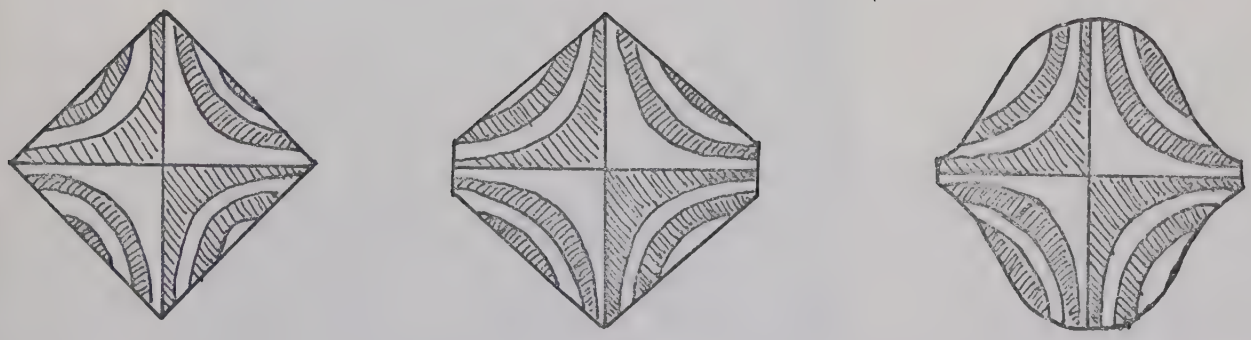
Figure 3



Fonction d'appareil

Figure 4



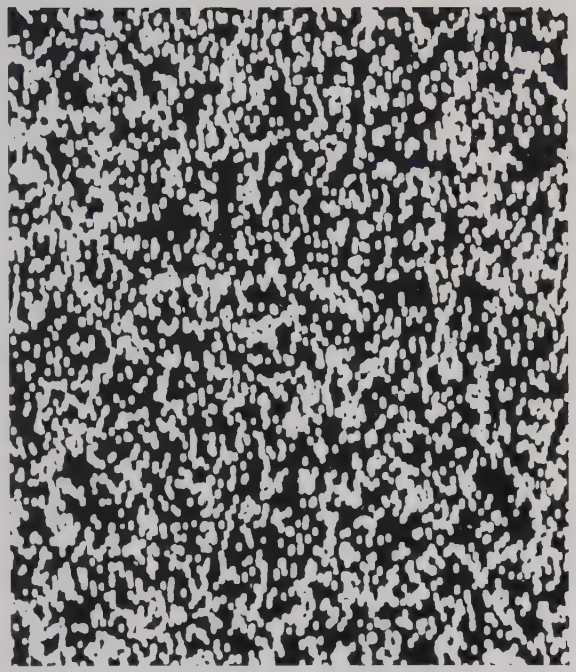


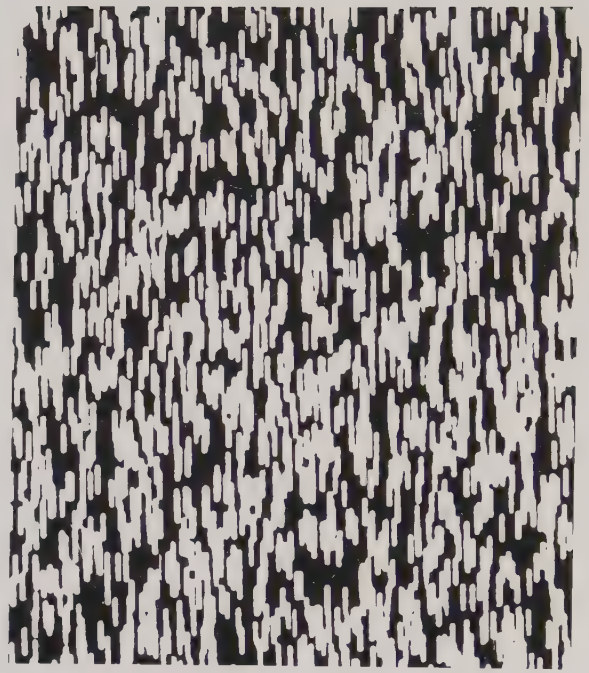
B C D

Fonction d'appareil

pour différentes formes de grilles .

Figure 5





Deux exemples de grilles de batonnets obtenues par translation de confettis

Figure 6

DEUXIEME PARTIE

Grilles du type NEILL

I - ETUDE DES GRILLES DE NEILL : (20)

NEILL a mis au point un modèle, voisin dans son principe de celui de GOLAY ; ce modèle conduit à une apodisation parfaite et à un taux de modulation du flux lumineux maximal.

1 - Description des grilles : (figure 10)

Il y a nécessairement deux grilles : une grille d'entrée et une grille de sortie, lesquelles ne sont pas exactement semblables. Considérons le système d'entrée. Il est décomposable en quatre rectangles que nous appelerons des blocs(numérotés comme sur la figure n° 9). Dans chacun de ces blocs il y a une périodicité dans le sens vertical. C'est le sens de vibration de la grille. Nous appelerons colonne une suite d'éléments disposés suivant une verticale. Nous appelerons demi-ligne une suite quelconque d'éléments opaques ou transparents disposés suivant le sens horizontal, à l'intérieur d'un bloc. Une demi-ligne complémentaire sera constituée par la même suite d'éléments que précédemment après avoir remplac chaque élément par son opposé. Enfin une ligne sera la juxtaposition de deux demi-lignes complémentaires, placées l'une en dessous de l'autre. Donnons des exemples. Adoptons une convention pour représenter les éléments le nombre 0 représentera un élément opaque et le nombre 1 un élément transparent.

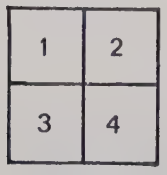


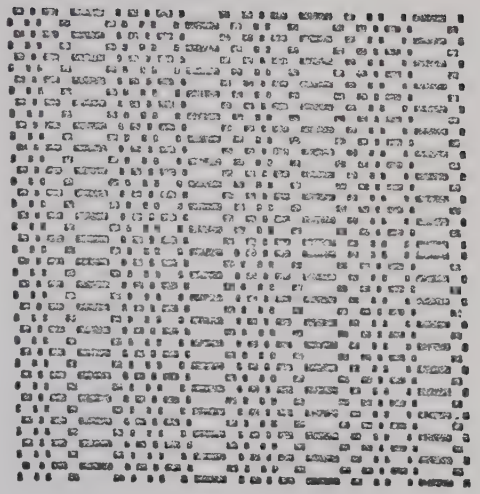
Figure 9

Symboliquement une demi-ligne sera, par exemple :

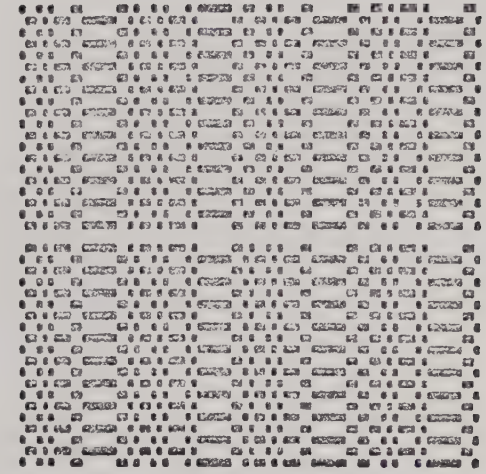
0 1 1 0 1 0 1 1 1 0

la demi-ligne complémentaire (opération logique NON) sera :

1 0 0 1 0 1 0 0 0 1



Grille d'entrée



Grille de sortie

Modèle de NEILL

Figure 10

la ligne associée à ces 2 demi-lignes complémentaires est

0 1 1 0 1 0 1 1 1 0

1 0 0 1 0 1 0 0 0 1

Dans le modèle de NEILL, à l'intérieur de chaque bloc, chaque demi-ligne est située entre deux demi-lignes complémentaires. Les blocs (1) et (3) sont rigoureusement semblables entre eux. La première demi-ligne de (3) est identique à la dernière demi-ligne de (1). Au contraire la première demi-ligne de (4) est complémentaire de la dernière demi-ligne de (2) (si bien que l'on passe sans discontinuité du bloc (2) au bloc (4)). On peut dire que globalement le bloc (4) est le complémentaire de (2) . Il y a entre les blocs (1) et (2) d'une part et (3) et (4) d'autre part, deux demi-lignes particulières que nous appelerons demi-lignes frontières.

On peut faire une remarque au sujet du choix de la représentation 1,0. On peut dire que, à un facteur constant près le nombre 1 représente le flux élémentaire qui traverse un élément (transparent).Ce nombre est 0 si l'élément est opaque. Ceci est vrai pour une grille utilisée par transmission. Par réflexion il faudrait utiliser les conventions inverses.

Les blocs (2) et (4) sont complémentaires, si bien que dans ce cas les deux demi-lignes frontières sont complémentaires et l'on passe sans discontinuité de (2) dans (4). Dans la grille de sortie les 4 blocs sont les mêmes que dans la grille d'entrée,mais la dernière demi-ligne (demi-ligne frontière) de chaque bloc a disparu.

2 - Fonctionnement

a) Première partie du recouvrement :

Nous dirons que nous sommes dans la première partie du recouvrement si l'image des blocs (1) et (3) de la grille d'entrée est sur les blocs (2) et (4) de la grille de sortie, donc si ce recouvrement affecte moins de la moitié de la grille totale (figure 11).

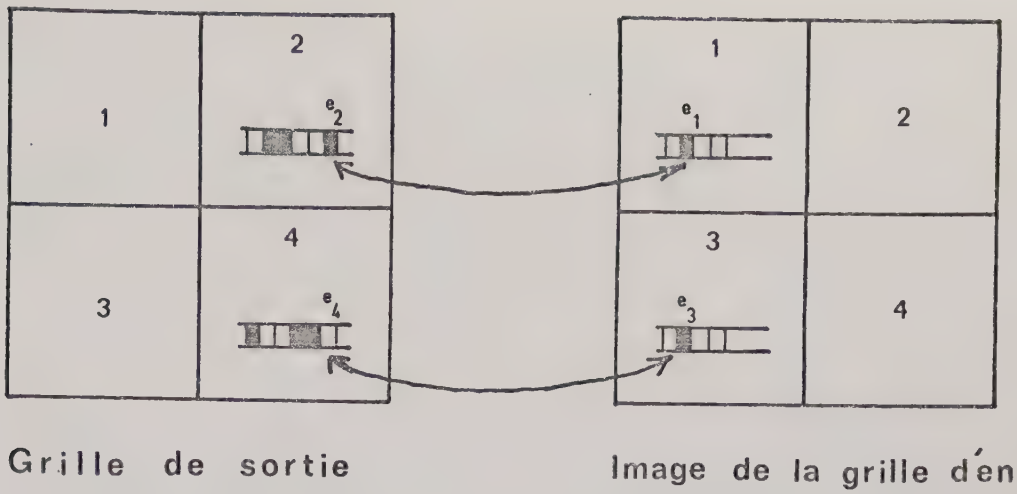


Figure 11

Lorsque l'image e_1 d'un élément du bloc (1) arrive sur un élément e_2 du bloc (2) alors l'image de son homologue e_3 du bloc (3) arrive sur un élément e_4 du bloc (4). Par construction si e_1 et e_3 sont identiques alors e_2 et e_4 sont de natures opposées. La transparence totale est $t = (e_1 \times e_2) + (e_3 \times e_4)$. Si la grille d'entrée vibre verticalement vers le haut ou le bas, e_1 rencontre le complémentaire de e_2, il en est de même pour e_3 et la transparence totale est inchangée puisque cela revient à échanger le rôle de e_2 et e_4 : $t' = (e_1 \times e_4) + (e_3 \times e_2)$

$$t = t'$$

La modulation du faisceau est nulle pendant la première partie du recouvrement car ce phénomène se reproduit pour tous les éléments de toutes les demi-lignes des blocs (1) et (3) arrivant sur (2) et (4), quelque soit le recouvrement. Il ne semble en fait n'y avoir de problème que pour les demi-lignes frontières. Nous supposons que la fréquence de vibration de la grille est N.

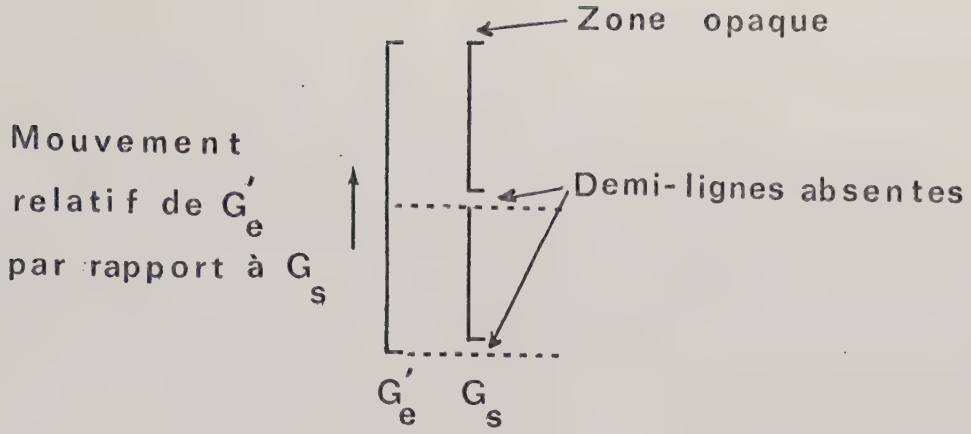


Figure 12

La figure 12 montre l'image G'_E de la grille d'entrée sur la grille de sortie G_S, de profil. Comme on se trouve dans la première partie du recouvrement,il faut remarquer que la première demi-ligne de (1) est la même que la dernière demi-ligne de (1), et de même pour (3). Donc il y a réflexion de cette demi-ligne frontière sur la demi-ligne absente (donc réfléchissante) de la grille de sortie (dernière demi-ligne en position normale, première demi-ligne en position haute).

Il y a donc compensation verticale des modulations dans la première partie du recouvrement.

b) Deuxième partie du recouvrement :

Dans la seconde partie du recouvrement le principe des compensations est différent (voir figure 13).

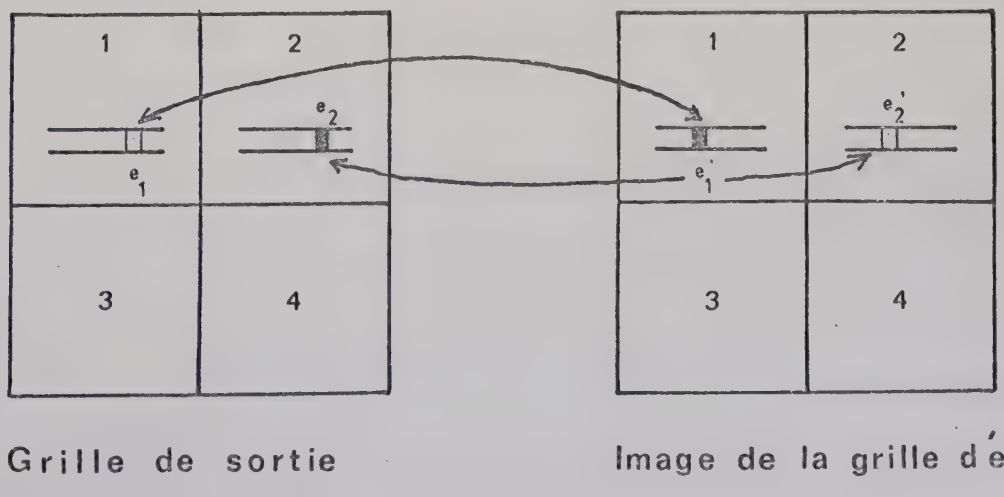


Figure 13

Un élément e'_1 de (1) arrive sur un élément e_1 de (1) de la grille de sortie tandis qu'un autre élément e'_2 arrive sur un élément e_2 et ceci de telle sorte que l'on ne peut à priori rien conclure. Le travail de GOLAY d'abord, et de NEILL ensuite, a été de trouver une demi-ligne complète dans laquelle les éléments se compensent les uns les autres. Là encore, le flux n'évolue pas si le système vibre verticalement. Il y a compensation horizontale des modulations dans la seconde partie du recouvrement.

3 - Conclusions :

Le système présenté par NEILL présente des avantages :

- il n'y a de signal 2N qu'à la coïncidence
- le taux de modulation est pratiquement égal à 50 % du flux incident
- ce système est parfaitement apodisé.

Ce système est comparable aux multifentes de GOLAY et aux grilles hyperboliques de GIRARD et nous retrouvons le principe des quatre blocs et les mêmes méthodes de compensation dans chacun de ces modèles. L'inconvénient majeur de ce système est sa trop parfaite régularité. Il nécessite un éclairement rigoureusement identique dans les quatre blocs, ou tout au moins sur des points homologues du système, c'est-à-dire, 2 lignes complètes au minimum. Il est de petite taille (20 lignes, soit un carré de 10 x 10 mm). Nous allons voir dans le paragraphe suivant qu'il est possible d'obtenir des modèles de grandes dimensions et qui sont eux aussi parfaitement apodisés et ont un fort taux de modulation (21).

II - ETUDE DE BLOCS D'ELEMENTS :

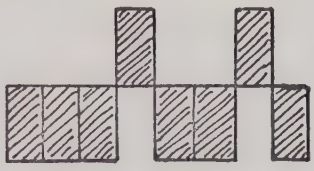
Avec un taux de modulation voisin de 50 % du flux incident et une apodisation parfaite, le modèle de NEILL est séduisant. Nous avons cherché :

- comment obtenir les demi-lignes de GOLAY et NEILL

- comment morceler la grille en blocs.
- comment agrandir la dimension des blocs.

GOLAY et NEILL utilisent des fonctions orthogonales d'éléments binaires :

Dans son modèle GOLAY utilise deux demi-lignes (de 8 éléments chacune) complémentaires



soit symboliquement 0 0 0 1 0 0 1 0
1 1 1 0 1 1 0 1

NEILL utilise de son côté deux demi-lignes de 44 éléments chacune. Symboliquement une demi-ligne est :

10011111110100001010011001111111001111010110

1 - Bloc élémentaire à 4 termes :

Nous symboliserons un bloc à quatre termes de la manière suivante

$$\begin{bmatrix} A & B \\ A & B' \end{bmatrix}$$

avec les conventions suivantes :

A est une ligne (ou n lignes), B est une ligne (ou n lignes) de même longueur que A, et B' est le complémentaire de B.

Exemple si A s'écrit { 0 0 1 0 0 1 0
1 1 0 1 1 0 1

si B s'écrit { 0 0 0 1 1 0 0
1 1 1 0 0 1 1

le bloc à quatre termes obtenu à partir de A et B est

$$\begin{bmatrix} 0&0&1&0&0&1&0&0&0&0&1&1&0&0 \\ 1&1&0&1&1&0&1&1&1&1&0&0&1&1 \\ 0&0&1&0&0&1&0&1&1&1&0&0&1&1 \\ 1&1&0&1&1&0&1&0&0&0&1&1&0&0 \end{bmatrix}$$

Nous allons supposer maintenant que ce bloc constitue l'image de la grille d'entrée à travers un spectromètre. Nous supposons d'autre part que la grille de sortie est identique à la grille d'entrée. Examinons alors comment s'effectue le recouvrement de l'image de la grille d'entrée sur la grille de sortie, c'est-à-dire du bloc sur lui-même.

$$\begin{bmatrix} A & B \\ A & B' \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{sens de} \\ \leftarrow \\ \text{translation} \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} A & B \\ A & B' \end{bmatrix}$$

Grille de sortie — image de la grille d'entrée

Nous n'étudierons tout d'abord que la première partie du recouvrement : le recouvrement des deux grilles est inférieur ou égal à la moitié de la largeur des grilles.

a) Première ligne : recouvrement de B par A :

$$A\ [B] \longleftarrow [A]\ B$$
$$A\ B' \qquad A\ B'$$

avec l'exemple choisi :

0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 1 1 0 (0) ⟵ (0) 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1 0 0

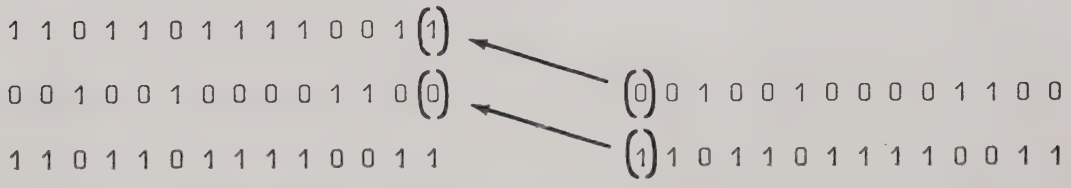
1 1 0 1 1 0 1 1 1 1 0 0 1 (1) ⟵ (1) 1 0 1 1 0 1 1 1 0 0 1 1

grille de sortie — image en translation

Lorsque le premier élément de l'image recouvre le dernier élément du motif de sortie,la lumière traverse une surface,prise égale à 1 (à un coefficient de proportionnalité près). Cela revient à effectuer une opération du type ET logique entre les éléments correspondantsde la dernière colonne.

Il s'agit là du modèle statique. Supposons maintenant que la grille d'entrée (donc également son image) soit animée d'un mouvement vertical. Si le déplacement de l'image est égal à la hauteur d'un élément,alors toute demi-ligne de l'image se déplacera et se trouvera alternativement sur une demi-ligne de la grille de sortie ou sur la demi-ligne complémentaire.

Ainsi dans l'exemple précédent,supposons que l'image "monte" d'une demi-ligne,nous avons alors le schéma :



Aucune lumière ne peut plus sortir ici.

Nous dirons qu'il y a modulation du faisceau à la fréquence N et nous noterons cette modulation sous la forme

1 / 0

Lorsque l'image se déplace sur la grille de sortie nous aurons (avec cet exemple) :

1/0 , 2/0 , 1/2 , 2/2 , 4/1 , ...

b)Deuxième ligne : recouvrement de B' par A

Il s'agit de la seconde ligne (ou du second groupe de n lignes) de notre modèle. Cette fois on constate que les modulations sont inversées

car le terme A ne rencontre plus B mais B' ; nous avons ici

0/1 , 0/2 , 2/1 , 2/2 , 1/4 , ...

Ainsi, en résumé si A et B sont deux lignes ou deux groupes de n lignes ayant le même nombre d'éléments, la modulation globale est nulle pour la seconde moitié du recouvrement.

2 - Bloc à 8 termes :

Plaçons AB' à la droite de AB et complétons ce modèle de façon à reconstituer un motif équivalent au motif à 4 termes

Examinons les divers recouvrements lorsque l'image du système d'entrée arrive sur le système de sortie :

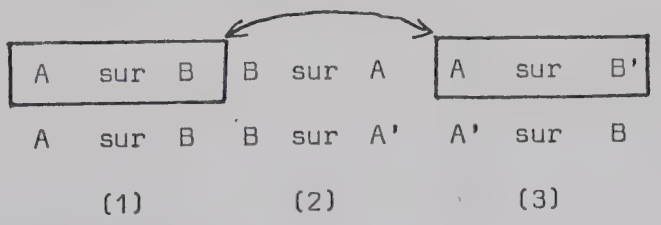
a) Recouvrement d'une colonne :

A est sur B' (première ligne)
A est sur B (deuxième ligne)
} il y a compensation verticale

b) Recouvrement de deux colonnes :

A sur A B sur B' (première ligne)
A sur A' B sur B (deuxième ligne)
} il y a compensation verticale

c) Recouvrement de trois colonnes :



} (1) et (3) comp. vert.
(2) comp. horiz.

3 - Bloc à seize termes :

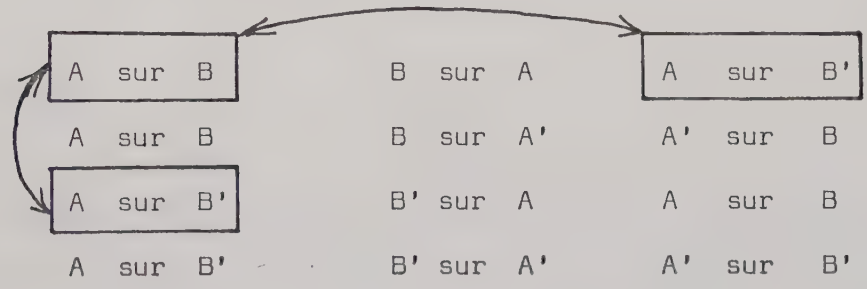
On peut améliorer le système précédent en lui associant le système obtenu en plaçant cette fois AB à droite de A B' et en complétant

pour retrouver le motif à quatre termes.

Le système global est le suivant :

$$\begin{bmatrix} A & B & A & B' \\ A & B & A' & B \\ A & B' & A & B \\ A & B' & A' & B' \end{bmatrix}$$

Pris sous cette forme ce modèle est intéressant,car dans la position où trois colonnes se recouvrent la compensation peut se faire soit verticalement soit horizontalement.



Ce dernier modèle peut encore être amélioré en faisant apparaître des blocs élémentaires indépendants à quatre termes. Un bloc est en effet indépendant s'il est constitué de deux termes identiques dans la première colonne et de deux termes opposés dans la seconde,ou vice versa.

Exemples : $\begin{bmatrix} A & B \\ A & B' \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} A & B' \\ A & B \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} A' & B' \\ A & B' \end{bmatrix}$

En intervertissant convenablement les quatre lignes,on aboutit au motif

$$\begin{bmatrix} A & B & A & B' \\ A & B' & A & B \\ A & B & A' & B \\ A & B' & A' & B' \end{bmatrix}$$

Il y a huit blocs indépendants dans ce motif (de quatre termes) et un bloc de seize termes (figure n° 14)

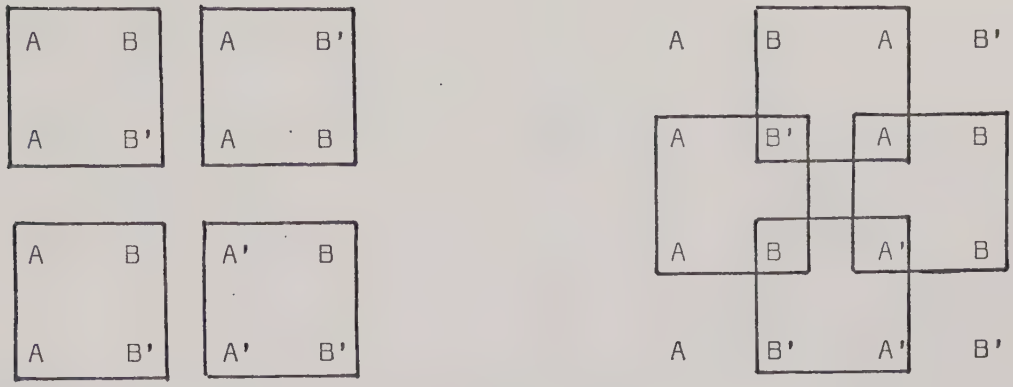


figure n° 14

4) Bloc à soixante quatre termes :

La troisième et la quatrième ligne du motif à 16 termes sont placées à droite des deux premières, puis on complète les lignes suivantes pour retrouver le motif à quatre termes. De même,on place la première et la deuxième ligne du motif à 16 termes à droite des deux dernières, puis on complète les lignes suivantes.

A B A B'
A B'A B
A B A'B
A B'A'B'

soit

A B A B'A B A'B
A B'A B A B'A'B'
A B A B'A'B'A B'
A B'A B A'B A B

de même

A B A B'
A B'A B
A B A'B
A B'A'B'

soit

A B A'B A B A B'
A B'A'B'A B'A B
A B A'B A'B'A'B
A B'A'B'A'B A'B'

En intervertissant convenablement les lignes nous obtenons :

A B A B'A B A'B

A B'A B A B'A'B'

A B A'B A B A B'

A B'A'B'A B'A B

A B A B'A'B'A B'

A B'A B A'B A B

A B A'B A'B'A'B

A B'A'B'A'B A'B'

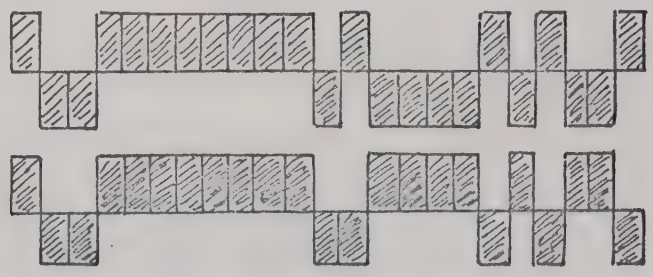
III - CHOIX DES BLOCS DE BASE A ET B :

1) GOLAY proposait deux blocs de quatre éléments

bloc A bloc B

2) NEILL utilise deux blocs de 23 éléments chacun

bloc A

bloc B 

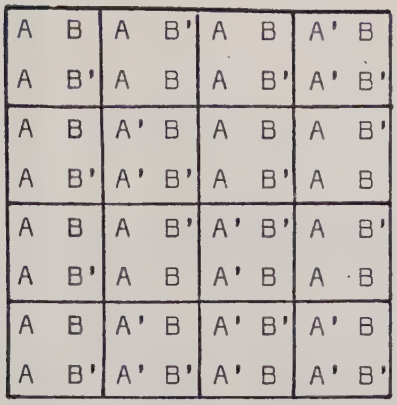
En fait chacun d'entre eux peut à son tour être décomposé en deux : un premier groupe de 12 éléments A_o et un second de 11 éléments B_o, si bien que $A = A_o B_o$ et $B = A_o B'_o$. Son système de multifentes comporte 10 lignes du type A B A B' et 10 lignes du type A B A'B. Il en est de même dans les blocs proposés par GOLAY.

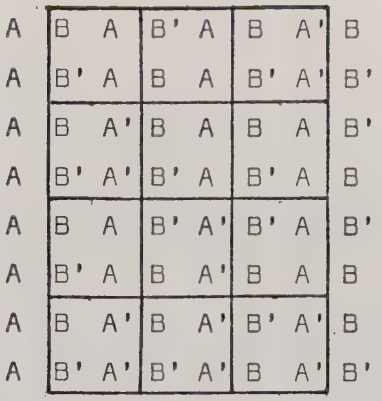
3) Choix de A et B :

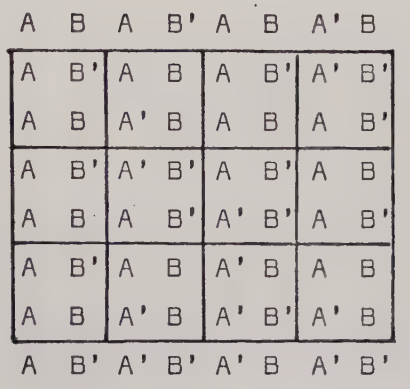
Soient A_o et B_o deux blocs de base. A partir d'eux nous pouvons en créer d'autres de longueur variable. Nous aurons par exemple

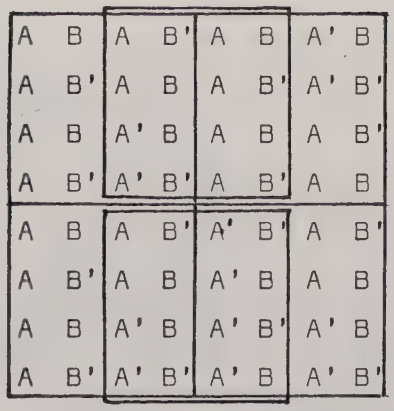
$$A_1 = A_o B_o A_o B'_o$$

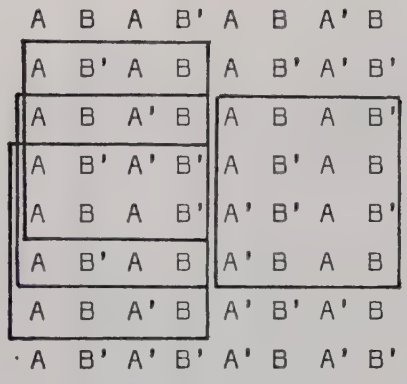
$$B_1 = A_o B_o A'_o B_o$$











40 BLOCS A 4 TERMES

10 " 16 "

1 " 64 "

Figure 15

Ces éléments A_1 et B_1 pourront à leur tour servir de blocs de base :

$$A_2 = A_1\ B_1$$

$$B_2 = A_1\ B'_1$$

Avec cette méthode nous doublons chaque fois la longueur précédente. La dimension du système pourra donc être aussi grande que l'on voudra. Le seul choix à faire est alors celui de A_o et B_o. Nous avons obtenu un motif intéressant pour lequel la modulation est strictement nulle pour un nombre pair de colonnes recouvertes, et cela, séparément pour chacune des deux lignes.

Forme de A_o

Forme de B_o

Le tableau des modulations en fonction du recouvrement est indiqué dans le tableau 16

Tableau des recouvrements

A_o sur A_o	B_o sur B_o
0/1	1/0
1/1	1/1
2/1	1/2
2/2	2/2
4/1	1/4
3/3	3/3
4/3	3/4
8/0	8/0

Tableau 16

IV - VARIATION DU FLUX LUMINEUX A LA COINCIDENCE

Examinons le motif à 64 termes. Il comprend 8 lignes de "base" . Ce sont celles indiquées dans le paragraphe (II,4). Il est évident que l'on ne change en rien les résultats en répétant chaque ligne n fois . Le nombre total de lignes est alors 8n soit encore 16n demi-lignes. La rencontre entre deux groupes de base donne lieu à une discontinuité. Il y a donc 7 discontinuités.

1) Cas ou chaque groupe de base est séparé du suivant par une demi-ligne opaque :

Utilisées par transmission,les multifentes servent de "grille d'entrée", puis par réflexion de " grille de sortie ". A la coïncidence le flux lumineux réfléchi par la grille de sortie est nul. Si celle - ci se déplace de la hauteur d'un élément(voir figure 17), une demi-ligne non frontière (D par exemple) vient sur une demi-ligne contraire. Le flux lumineux varie donc dans le rapport 0 à 1. Pour une demi-ligne frontière (F par exemple) il en est de même, puisqu'une région opaque est parfaitement réfléchissante et se comporte bien comme une demi-ligne opposée.

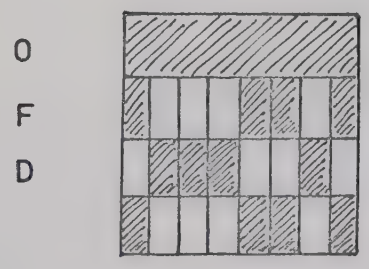


Figure 17

Calculons le flux modulable pour un déplacement correspondant à la hauteur d'un élément.

Prenons 16n demi-lignes, p éléments par demi-ligne, 8 demi-lignes opaques ; le flux incident est proportionnel à : $\Phi_i = k \times (16n\ p + 8p)$ où k est une constante. Le flux transmis est proportionnel à : $\Phi_T = k \times (16n\ p/2)$. Le flux réfléchi varie entre 0 et la valeur Φ_T.

Le taux de modulation est donc : $(8n)/(16n + 8)$

Avec n = 3 ce taux est de 42,8%.
Avec n = 4 ce taux est de 44,4%.

Lorsque n croît ce taux tend vers 50%.

Dans le modèle de NEILL il n'y a que 2 demi-lignes opaques, soit un taux de modulation $(2n)/(4n + 2)$; comme n = 40 ce taux est très voisin de 50%.

Nous constaterons donc qu'en morcelant le système de multifentes nous perdons un peu sur le taux de modulation.

2) Cas où le nombre de demi-lignes opaques est réduit :

Prenons un système de multifentes dans lequel il n'y aurait aucune demi-ligne opaque et examinons dans quelle mesure ces demi-lignes introduisent une modulation parasite (voir figure 18).

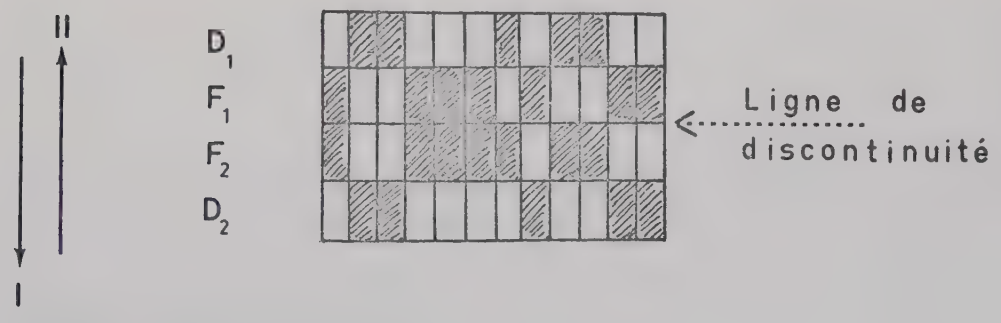


Figure 18

Appelons sens (I) le sens correspondant à une descente d'une demi-ligne de la grille d'entrée sur la grille de sortie et sens (II) le sens contraire.

a) Si l'image de F_2 se forme sur F_2 de la grille de sortie aucune lumière n'est réfléchie, par contre si cette image de F_2 se forme sur D_2 (déplacement II) toute la lumière est réfléchie. On peut dire que le flux lumineux varie de 0 à k p où p est le nombre d'éléments par demi-ligne et k une constante.

b) Si le sens du déplacement est II, seulement la moitié des éléments de F_2 coïncident avec ceux de F_1.

Vérifions cette affirmation sur la première discontinuité du motif à 64 éléments en notant 0 quand on passe sur le même terme et 1 quand on passe sur le terme contraire.

A	B	A	B'	A	B	A'	B
A	B'	A	B	A	B'	A'	B'
0	1	0	1	0	1	0	1

Le flux lumineux réfléchi par une demi-ligne frontière qui franchit une discontinuité ne varie pas de 0 à k p mais de 0 à k p /2.

Examinons maintenant comment nous pourrions utiliser la grille sans demi ligne opaque.

Appelons C l'élément qui résulte des deux demi-lignes frontières entre A et A. Nous noterons

$C = \begin{pmatrix} A \\ A \end{pmatrix}$ ce qui signifie A au-dessus de A crée un élément C.

Posons de même $D = \begin{pmatrix} A \\ A' \end{pmatrix}$

On constate alors

$$C = \begin{pmatrix} A \\ A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B \\ B \end{pmatrix} \quad ; \quad D = \begin{pmatrix} A \\ A' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B \\ B' \end{pmatrix}$$

$$C' = \begin{pmatrix} A' \\ A' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B' \\ B' \end{pmatrix} \quad ; \quad D' = \begin{pmatrix} A' \\ A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B' \\ B \end{pmatrix}$$

Le schéma 19a montre la grille à 64 termes. Au-dessus de la première demi-ligne et en dessous de la dernière demi-ligne il y a une zone opaque, qui d'après ce que nous avons vu se comporte comme si nous avions des éléments opposés. C'est pourquoi sur le schéma 19b nous avons doublé la première et la dernière ligne. Sur le schéma 19c nous avons l'aspect donné par les diverses demi-lignes frontières.

Le schéma 19c introduit une modulation parasite, et cela nous pouvons le vérifier dès la première colonne de recouvrement de l'image de la grille, sur la grille de sortie.

Il vient

C C
C D
C C'
C D'
C D
C D'
C C
C D
C C'

Les couples s'annulent deux à deux. Il reste un terme C D qui module. Il en est de même dans la suite du recouvrement.

Le schéma 19d est obtenu en supprimant la première ligne, la cinquième et la neuvième ligne. On retrouve le schéma classique $\begin{bmatrix} AB \\ AB' \end{bmatrix}$ qui ne module pas.

Autrement dit on peut améliorer le système en ne rendant opaque que la

A	B	A	B'	A	B	A'	B
A	B'	A	B	A	B'	A'	B'
A	B	A'	B	A	B	A	B'
A	B'	A'	B'	A	B'	A	B
A	B	A	B'	A'	B'	A	B'
A	B'	A	B	A'	B	A	B
A	B	A'	B	A'	B'	A'	B
A	B'	A'	B'	A'	B	A'	B'

(a)

A	B	A	B'	A	B	A'	B
A	B	A	B'	A	B	A'	B
A	B'	A	B	A	B'	A'	B'
A	B	A'	B	A	B	A	B'
A	B'	A'	B'	A	B'	A	B
A	B	A	B'	A'	B'	A	B'
A	B'	A	B	A'	B	A	B
A	B	A'	B	A'	B'	A'	B
A	B'	A'	B'	A'	B	A'	B'
A	B'	A'	B'	A'	B	A'	B'

(b)

C	C	C	C'	C	C	C'	C
C	D	C	D'	C	D	C'	D
C	D'	D	C	C	D'	D'	C'
C	D	C'	D	C	D	C	D'
C	D'	D'	C'	D	C'	C	D
C	D	C	D'	C'	D'	C	D'
C	D'	D	C	C'	D	D	C
C	D	C'	D	C'	D'	C'	D
C	C'	C'	C'	C'	C	C'	C'

(c)

C	D	C	D'	C	D	C'	D
C	D'	D	C	C	D'	D'	C'
C	D	C'	D	C	D	C	D'
C	D	C	D'	C'	D'	C	D'
C	D'	D	C	C'	D	D	C
C	D	C'	D	C'	D'	C'	D

(d)

Schéma 19

première demi-ligne, la demi-ligne médiane, et la dernière demi-ligne. Le taux de modulation est meilleur que dans le cas précédent.

Calculons ce taux de modulation :

Flux incident : $\Phi_i = k\ (16n + 3p)$

Flux transmis : $\Phi_T = k\ (\ 8n\ p\ )$

Flux réfléchi : $\Phi_R = k\ (8n\ p - p \times 6 \times \frac{1}{2}\ ) =$

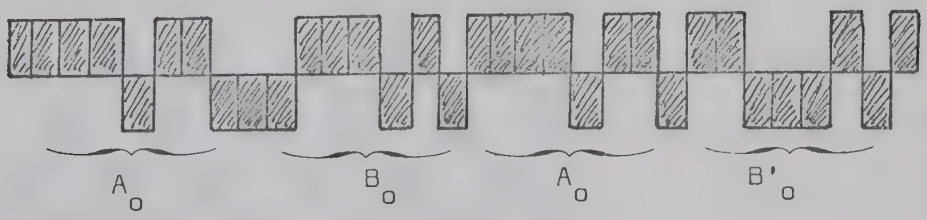
taux de modulation : $\frac{\Phi_T}{\Phi_i} = \frac{8n\ -\ 3}{16n\ +\ 3}$ avec n = 3 taux de 43,1%

V - REALISATION PRATIQUE D'UNE GRILLE DE 64 TERMES

Nous avons utilisé le motif de base à 8 éléments cité plus haut :

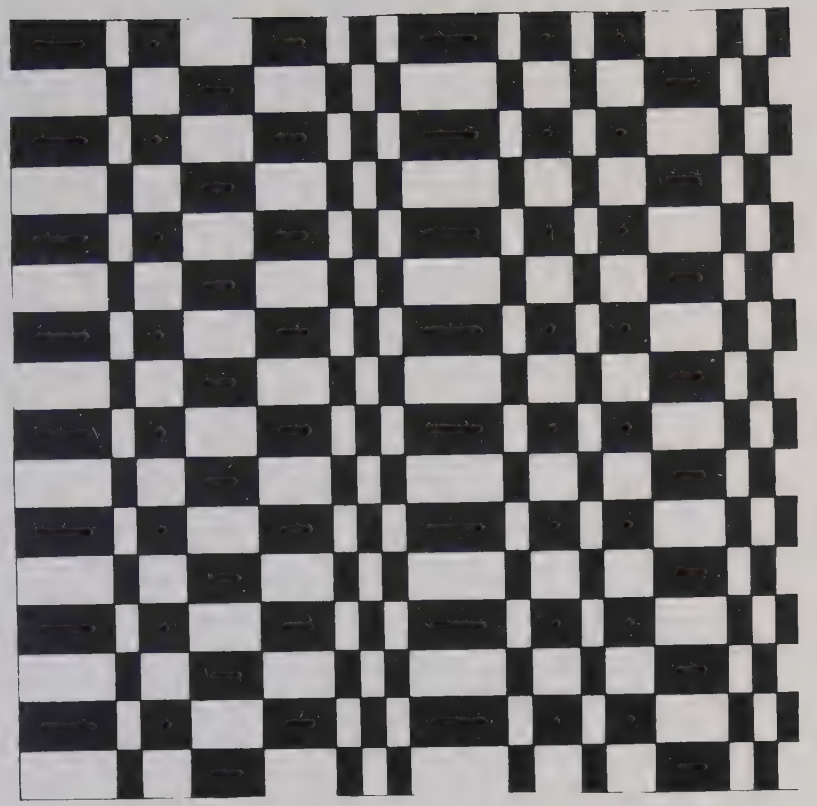
Pour obtenir une grille de dimensions suffisantes nous prenons une combinaison de ces deux motifs

$A_1 = A_o B_o A_o B'_o$ c'est-à-dire



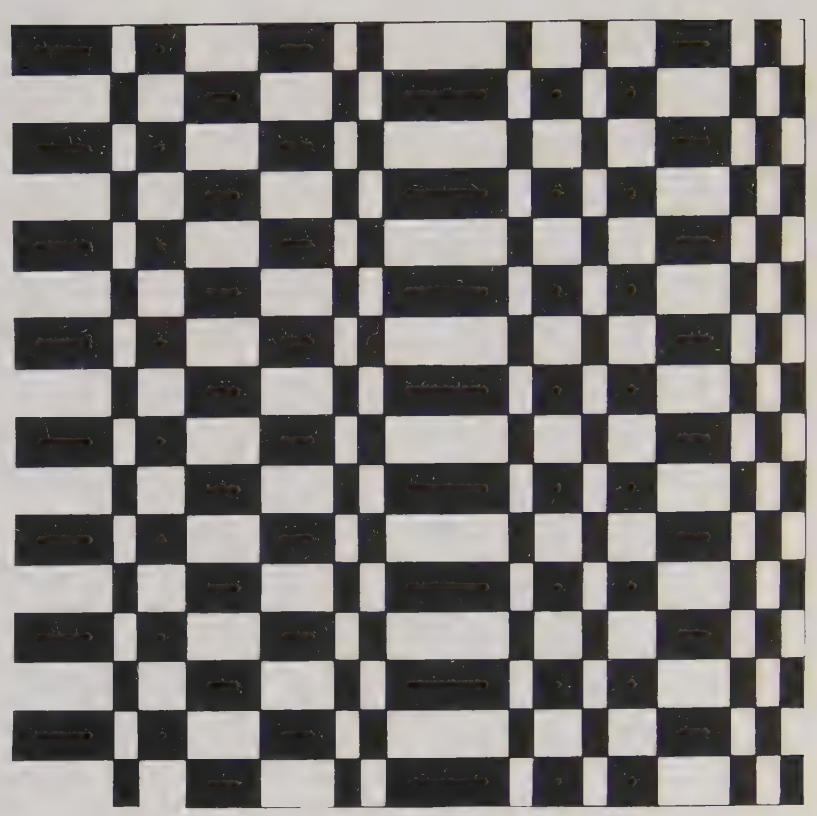
et de même

$B_1 = A_o B_o A'_o B_o$



16. demi-lignes du type

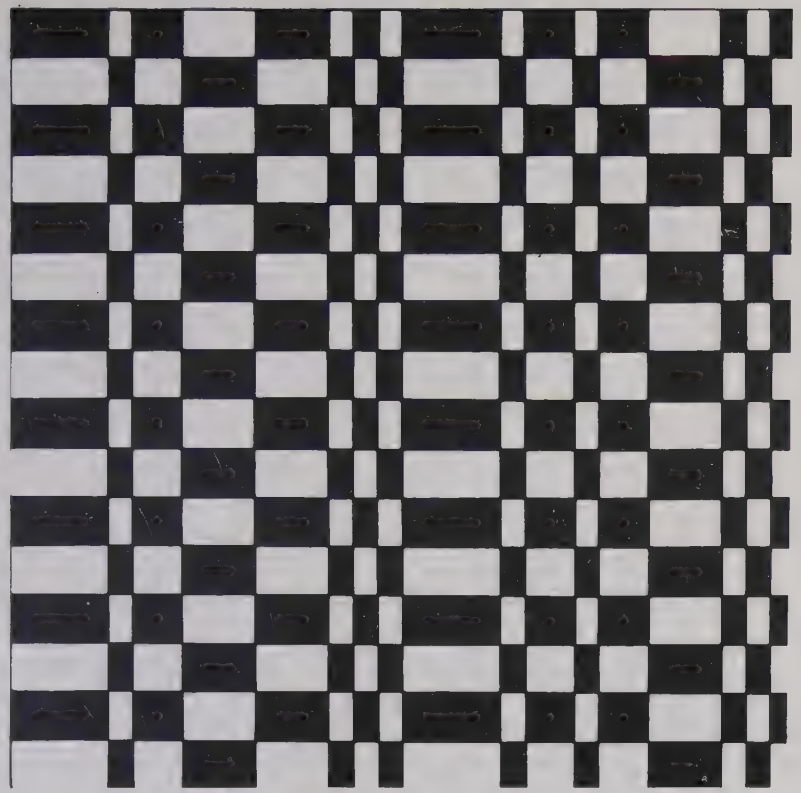
$$A_1 = A_0 B_0 A_0 B_0'$$



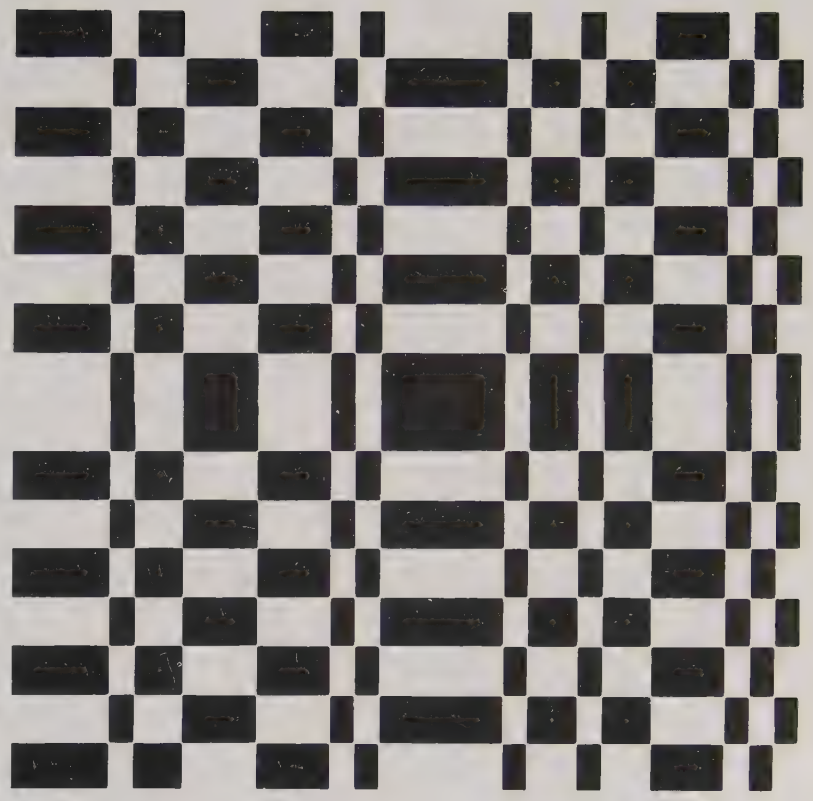
16 demi-lignes du type

$$B_1 = A_0 B_0 A_0' B_0$$

Schéma 20



Montage A′
A′



Montage B′
B

Figure 21

Ainsi nous obtenons 32 éléments. Pour une grille de 64 termes cela représente 32 x 8 soit 256 éléments le long d'une ligne (la largeur d'un élément étant de l'ordre de 100 microns à 250 microns).

Nous avons dessiné 16 demi-lignes du type A_1 et 16 demi-lignes du type B_1 (voir figure 20) qui constituent les deux cellules de base de notre motif(Photographie sur film ultra contraste et tirage des épreuves sur support plastique mat contrasté). Ce support plastique est indispensable pour éviter les phénomènes de retrait du papier lors du séjour plus ou moins prolongé dans l'eau, ou lors du séchage des épreuves. A partir de ces deux épreuves, par montage nous avons constitué quatre nouveaux types de schémas que nous pouvons noter $\begin{bmatrix} A \\ A \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} A' \\ A' \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} B \\ B' \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} B' \\ B \end{bmatrix}$ (voir figure 21).

De la même façon que précédemment nous avons photographié et tiré sur papier plastifié ces 4 schémas. Enfin un montage de 10 schémas du type $\begin{bmatrix} A \\ A \end{bmatrix}$, 6 du type $\begin{bmatrix} A' \\ A' \end{bmatrix}$, 10 du type $\begin{bmatrix} B \\ B' \end{bmatrix}$ et 6 du type $\begin{bmatrix} B' \\ B \end{bmatrix}$ permet de reconstituer le motif cherché à 64 termes. Le motif est représenté sur le schéma 23.

Sur ce montage nous avons placé des masques pour obtenir les trois demi-lignes opaques indiquées plus haut. Ce dernier montage a une taille de 80 cm sur 40 cm. Dans le spectromètre Littrow nous devons utiliser une grille présentant un centre de symétrie,c'est pourquoi nous faisons deux photographies du dernier montage sur le même cliché, l'une droite et l'autre après retournement du motif.

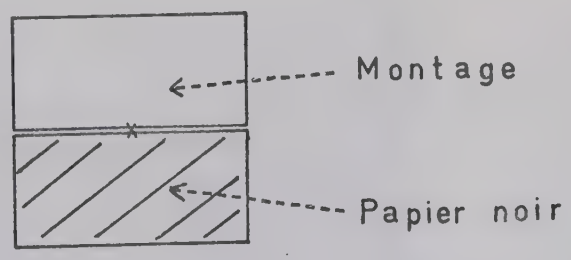
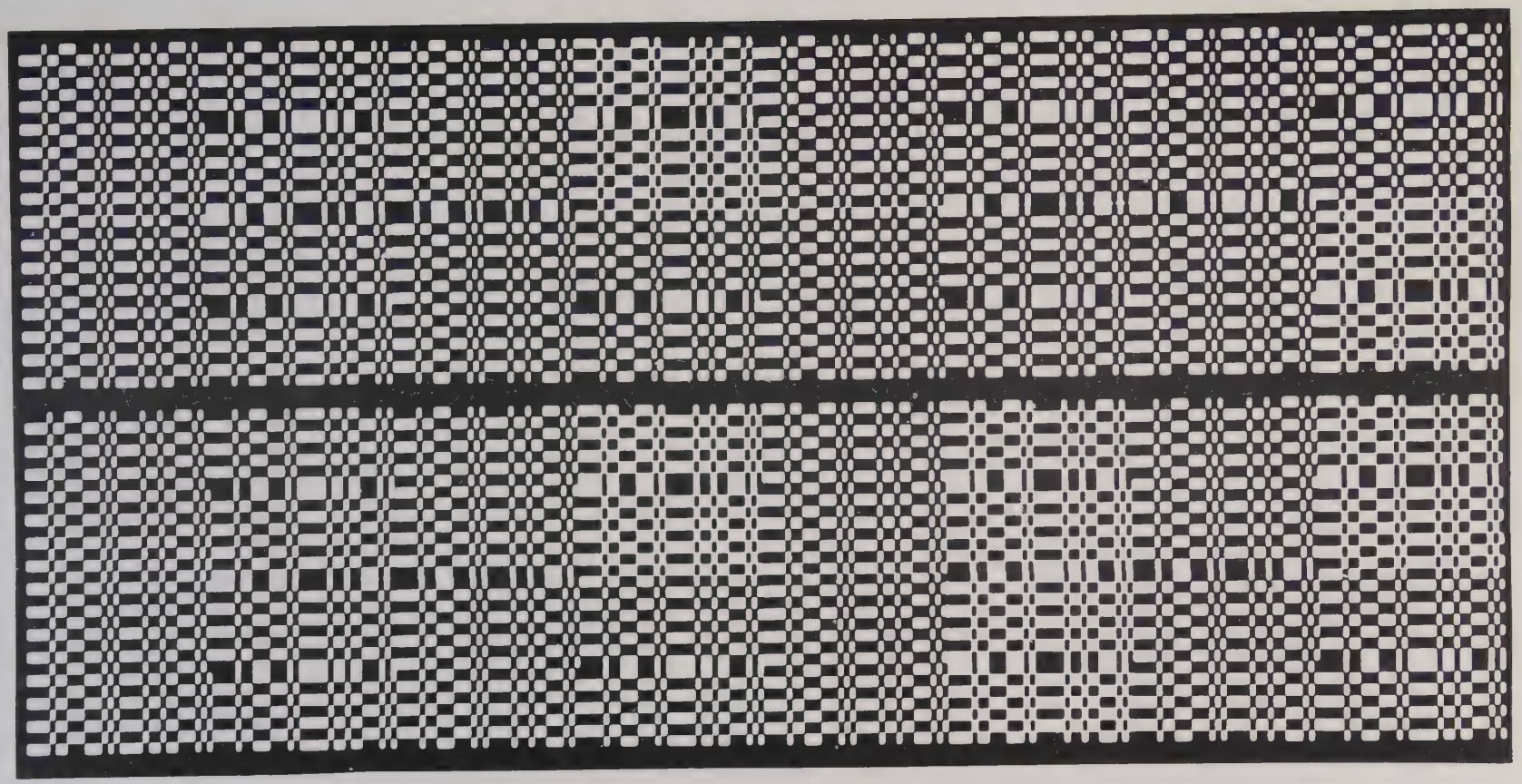


Figure 22



Motif à 64 termes

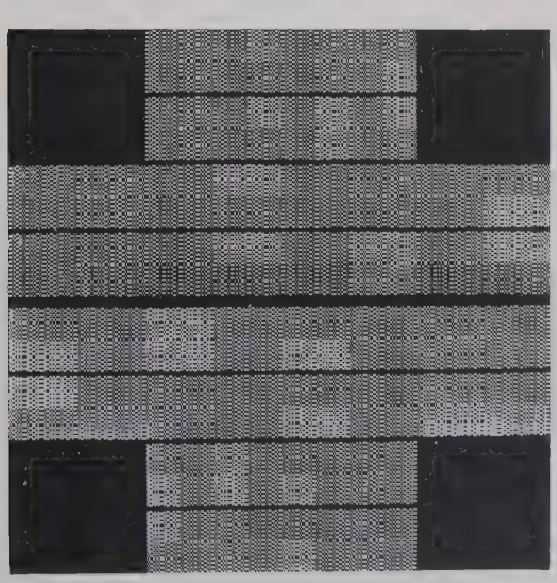
Schéma 23

Pour cela le motif rectangulaire est placé sur une plateforme recouverte de papier noir. Après une 1ère photographie, sans bouger l'appareil photo, nous faisons tourner la plateforme de π radians et prenons le deuxième cliché sur le même négatif que le premier (schéma 22).

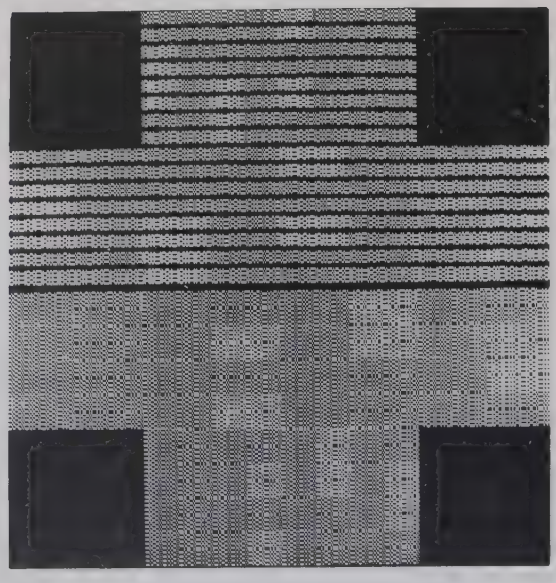
La figure 24 montre trois réalisations. Le cas (a) correspond au modèle décrit précédemment. L'inconvénient de ce modèle est qu'il est inscrit dans un carré. Pour pouvoir utiliser au mieux une pupille sphérique nous avons réalisé un modèle (b) comportant en fait deux grilles distinctes dont l'une a une largeur double de l'autre. Enfin le cas (c) correspond à une autre réalisation dans laquelle toutes les demi-lignes frontières ont été conservées sur une demi-grille et enlevées sur l'autre,conduisant à un modèle équivalent à (b), mais moins lumineux.

(A)

Motif fondamental simple avec symétrie



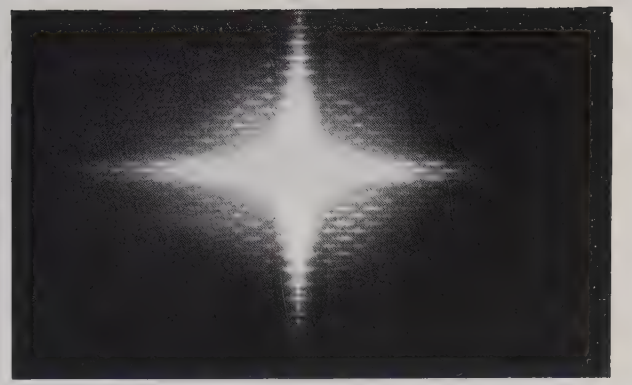
(B)

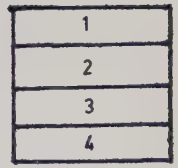


(C)

2 modèles doubles symétriques

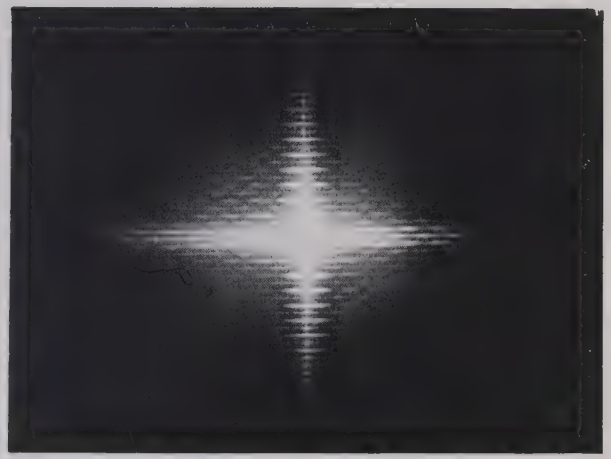
Figure 24



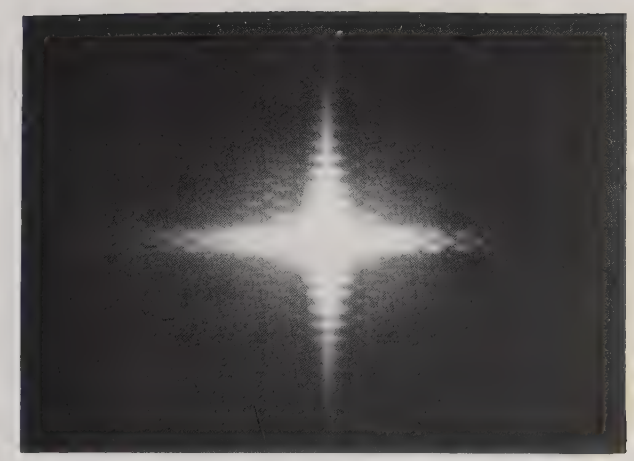


numéros des blocs

Blocs 1_2_3_4



BLoc 4



Blocs 1_4

Spectres obtenus avec une grille symétrique de 64 termes par VIENOT et TRIBILLON.

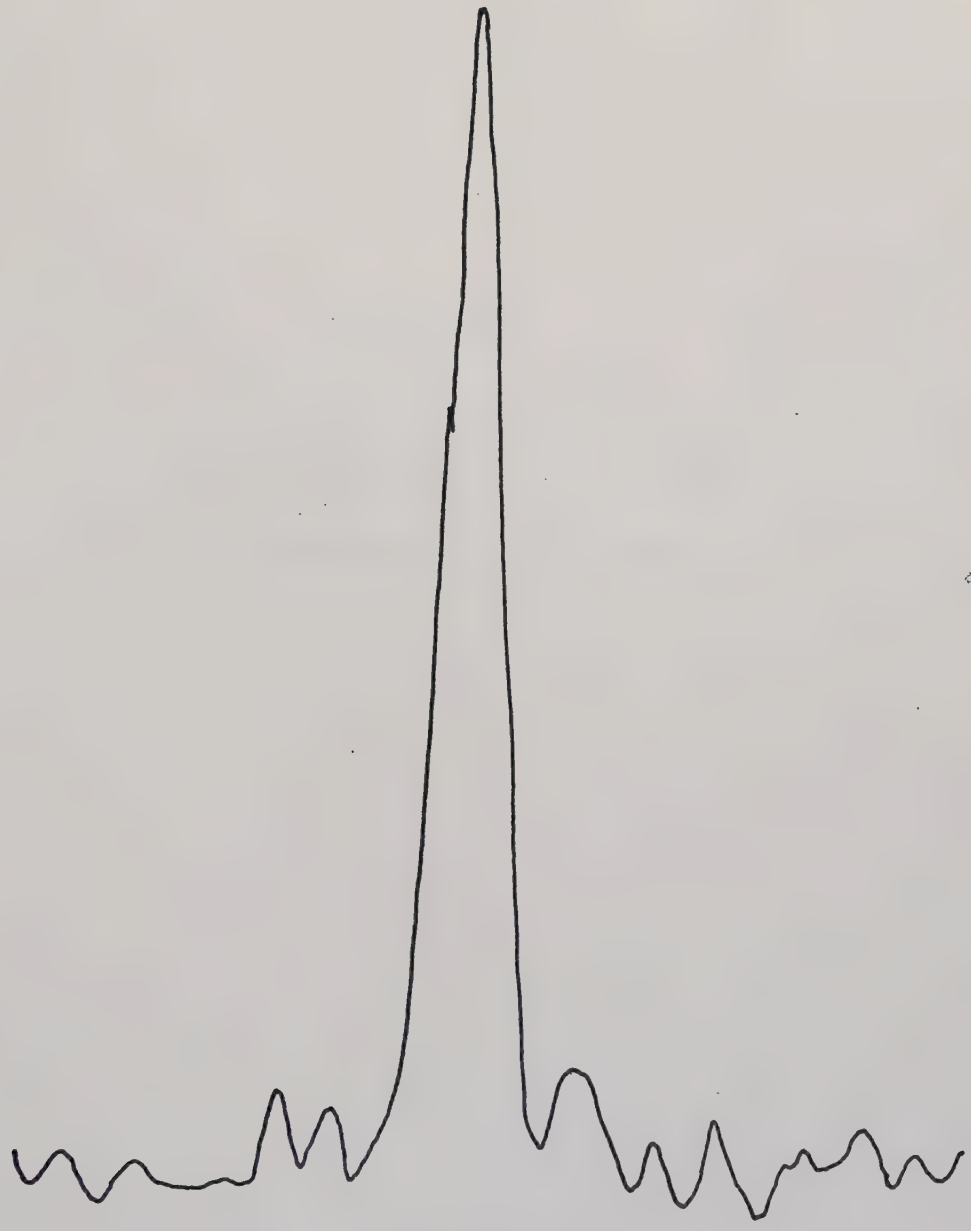
Figure 25

VI - RESULTATS EXPERIMENTAUX.

Les grilles obtenues par ce procédé sont de grandes dimensions. Ceci permet d'accroître l'étendue optique du champ. Elles sont théoriquement parfaitement apodisées et très lumineuses, le taux de modulation atteignant 43%. Elles ont été testées par le Professeur VIENOT qui recherchait un codeur holographique. Il a constaté qu'elles présentent des propriétés analogues dans les directions croisées OX et OY, que la périodicité est renforcée dans la direction OY et qu'elles ne présentent pas de défaut de régularité apparent (figure 25).

Malheureusement les essais effectués sur le spectromètre infra-rouge de J. CADOT ont mis en évidence une modulation parasite à la fréquence N, introduisant du bruit dans le signal à la fréquence 2N. Ces modèles ont été aussi testés en lumière blanche en utilisant seulement un miroir sphérique monté sur une platine goniométrique. La fonction d'appareil (figure 26) montre que l'apodisation est mal corrigée (environ 7% de pieds).

Ces divers essais nous amènent à penser que les grilles ne présentent pas de défaut important dans leur réalisation. Les inégalités d'éclairement du champ, dont nous pensions nous être affranchis,nous semblent responsables de cet échec.Ils interdisent l'utilisation de modèles parfaitement ordonnés. On ne peut s'affranchir de ces inégalités qu'en utilisant des modèles aléatoires ou à caractère fortement aléatoire. Le modèle aléatoire de J. MORET - BAILLY et J. CADOT, bien que deux fois moins lumineux qu'un modèle ordonné, permet d'obtenir une apodisation proche convenable et de travailler avec un taux de résolution élevé.



Fonction d'appareil - Grille du type NEILL

Observation en lumière blanche .

Figure 26

TROISIEME PARTIE

Grilles calculées par une méthode d'approximations successives.

A) ETUDE D'UN MODELE DONT LA VIBRATION EST ORTHOGONALE A LA DIRECTION DE DISPERSION DU RESEAU.

I - INTRODUCTION

Nous avons vu que les grilles de NEILL sont très supérieures aux autres : en effet, à la coïncidence,ces grilles modulent près de 50% du flux incident, alors que les grilles de GIRARD et les grilles aléatoires (18) ne modulent que 25% environ du flux incident. La comparaison est aussi très favorable en ce qui concerne l'apodisation. Les grilles de NEILL, constituées de rectangles opaques et transparents juxtaposés,doivent leur perfection à une répartition très bien ordonnée de ces rectangles, mais de ce fait même leur utilisation requiert l'emploi d'une optique d'une qualité difficilement concevable. En effet, en dehors de la coïncidence, la non modulation du flux total à la fréquence (2N) résulte de la compensation de variations de flux élémentaires transmis par des régions éloignées de la grille. En pratique, ces régions ne peuvent être éclairées exactement de la même façon, de sorte que la fonction de grille est mauvaise. Les autres types de grilles ne souffrent pas de ce défaut, car la compensation des variations des flux élémentaires est acceptable même si on n'éclaire que de petites régions des trames. Cette propriété est acquise, au plus haut point, par les grilles à répartitions aléatoires.

Nous avons pensé que pour obtenir une bonne apodisation lointaine en toutes circonstances,il fallait chercher un compromis entre une mire globalement ordonnée et une mire parfaitement aléatoire. Pour cela nous avons cherché à constituer la grille par une juxtaposition de petites surfaces (grilles élémentaires) telles que la superposition de l'une d'entre elle et de la grille complète donne un système dont la fonction de grille soit acceptable.(22)

La méthode de calcul de grille décrite ci-dessous permet d'obtenir un compromis entre

- la luminosité
- l'apodisation
- l'acceptation d'inégalités d'éclairement.

Nous nous sommes intéressés, à priori, à une grille obtenue à partir d'une trame à mailles rectangulaires égales dont certains éléments sont laissés transparents (blancs) ou rendus opaques (noirs). Deux avantages résultent de ce choix :

a) si les rectangles sont assez longs une optique astigmate en donne une bonne image.
b) une modification de l'apodisation proche résultant d'une déformation des rectangles peut être facilement conçue et calculée.

II - PRINCIPE DU CALCUL D'UNE GRILLE

1) Défauts d'éclairement d'une grille de spectromètre.

Nous souhaitons obtenir des grilles qui conservent les qualités habituellement recherchées (luminosité, apodisation) lorsqu'elles sont montées sur un instrument astigmate et présentant des variations d'éclairement du champ. Ces inhomogénéités d'éclairement ont deux origines :

a) inhomogénéités aléatoires dues aux défauts des matériaux, poussières, etc ...

b) inhomogénéités inévitables — même dans un spectromètre parfaitement réalisé — à cause des pupilles et lucarnes, des réflexions, diffusions, et absorptions. Dans les cas simples on peut déterminer une famille de courbes (C) d'égal éclairement. Plus grossièrement, on peut prévoir que dans un système centré les courbes (C) sont des cercles. Malheureusement, pour la plupart des spectromètres les courbes (C) sont plus compliquées,

intermédiaires entre des rectangles (prismes et réseaux étant habituellement les pupilles) et des cercles.

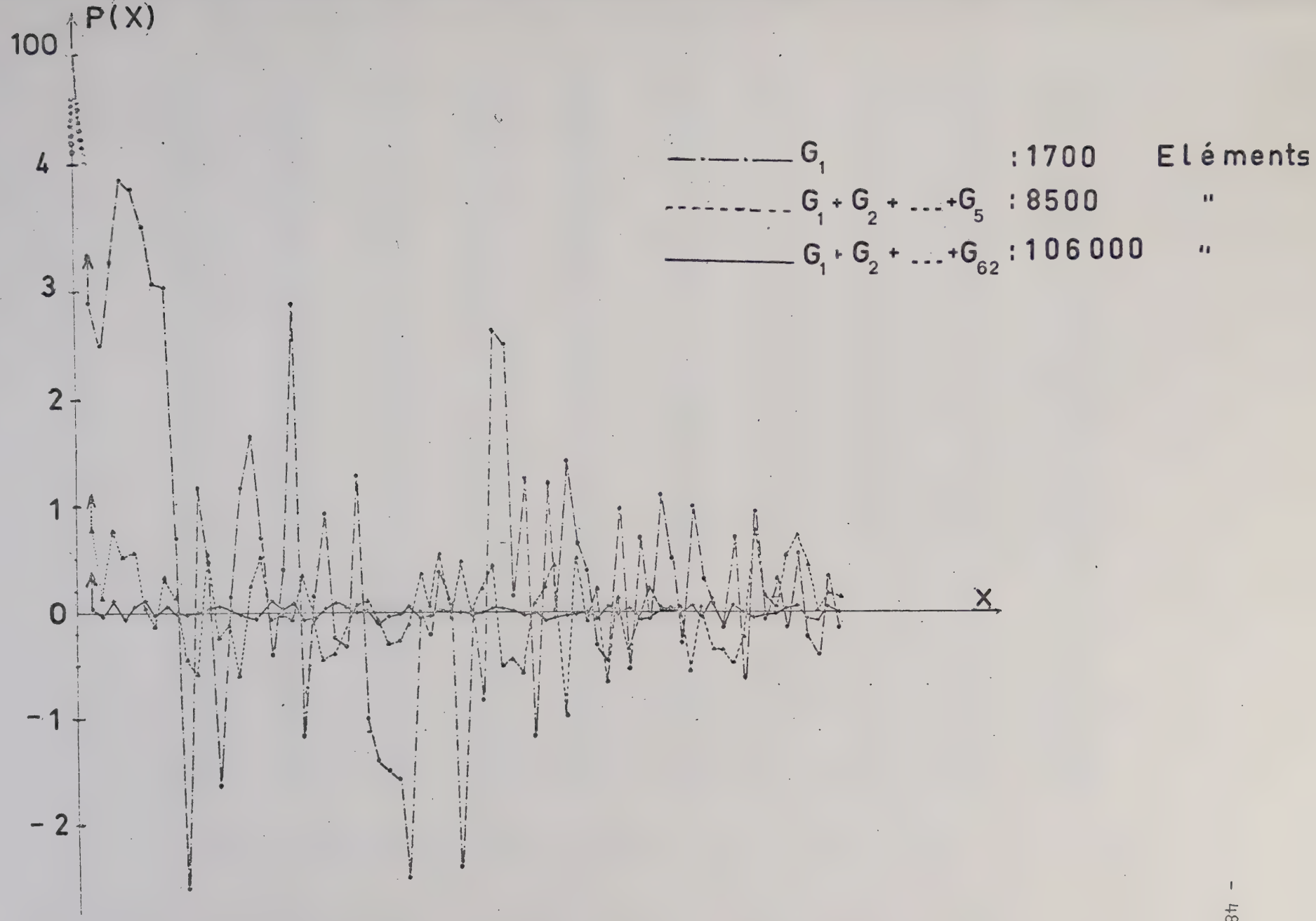
Une partie d'une grille élémentaire peut être touchée par un tel défaut. Pour qu'il n'en résulte pas une modification importante de la fonction d'appareil, il convient que, même pour une grille élémentaire, la compensation des inégalités d'éclairement soit assez bonne, ce qui implique que ces grilles élémentaires ne soient pas parfaites, et qu'elles conservent un caractère aléatoire suffisant. Les grilles élémentaires travaillent dans de bonnes conditions si elles correspondent à des aires éclairées de façon quasi homogène, donc limitée par des courbes (C). Pour tenir compte de l'imprécision avec laquelle les courbes (C) sont connues, il pourra être utile de segmenter des surfaces trop étendues.

2) Calcul progressif d'une grille.

Soient G_1, G_2, ..., G_i, ... les grilles élémentaires, délimitées par des courbes (C). Nous supposons que les indices i sont ordonnés de façon que les grilles élémentaires voisines, donc à peu près également éclairées, soient caractérisées par des indices i voisins.

G_1 est d'abord calculée (par une méthode indiquée ci-après), dans l'hypothèse où toutes les autres grilles élémentaires sont opaques. G_2 est calculée en tenant compte de G_1. Si G_1 et G_2 sont éclairées uniformément, ou si G_1 seule est éclairée, une bonne fonction de grille est obtenue. Par différence, il se déduit que la fonction de grille de G_2 seule est bonne. Il est donc inutile de supposer que G_1 et G_2 sont également éclairées.

Cependant, si G_1 et G_2 sont de petite taille, c'est-à-dire si elles ne comportent qu'un faible nombre d'éléments, les fonctions de grille respectives sont médiocres. Comme le calcul de G_2 tient compte des défauts de G_1 et comme en pratique leurs éclairements sont voisins, la fonction de grille globale s'améliore. Le processus itératif amorcé est poursuivi avec G_3, G_4 etc ... Les figures 27 et 28 montrent l'évolution de l'apodisation avec l'avancement du calcul.



Evolution de la fonction d'appareil - Fig. 27

Fonction d'appareil d'une grille de 105600 éléments - Figure 28

3) Calcul d'une grille élémentaire G_i

Une grille élémentaire pourrait être calculée en envisageant globalement tous ses éléments, mais le calcul serait difficile et il faudrait introduire, comme nous l'avons vu, des défauts arbitraires.

Nous avons constaté qu'il est plus simple et plus efficace d'employer une méthode itérative : la grille étant au départ supposée entièrement opaque, sa construction est obtenue en déclarant que certains des éléments rectangulaires qui la constituent resteront opaques ou seront rendus transparents. Pour cela, au cours de la construction l'attention est portée sur un ensemble (E) de p rectangles. Par calcul, (l'organigramme est représenté figure 29)nous déterminons l'évolution d'une "fonction de qualité" de la grille élémentaire G_i lorsque l'un ou l'autre de ces p rectangles est rendu transparent. Nous obtenons ainsi p valeurs du "facteur de qualité". Il est alors décidé qu'un rectangle restera définitivement opaque, et qu'un autre sera transparent.

Le rectangle rendu définitivement opaque est celui qui conduit au plus mauvais facteur de qualité ,tandis qu'est rendu transparent celui qui conduit au meilleur facteur de qualité .Avec cette méthode ,un élément sur deux devient transparent définitivement de telle sorte qu'en fin de calcul, 50% de la grille est transparente .Nous pourrions envisager,au lieu d'éliminer les éléments 2 par 2 de le faire n par n ,mais le calcul ne serait pas nettement allégé .

L'ensemble des rectangles restants est complété à p en considérant deux nouveaux rectangles, pris d'une façon suffisamment aléatoire sur la grille G_i en cours de construction. Pour que le premier calcul s'amorce, quelques points de G_1 sont au départ pris transparents. Plus p est grand, meilleures sont les grilles élémentaires ; mais en contre partie, le calcul devient plus complexe, et la répartition des noirs et des blancs devient plus ordonnée. Le choix de la "fonction de qualité" n'est pas simple car il détermine un compromis entre l'apodisation et la luminosité. Il est intéressant que ce compromis soit indépendant du nombre de grilles élémentaires G_i déjà calculé.

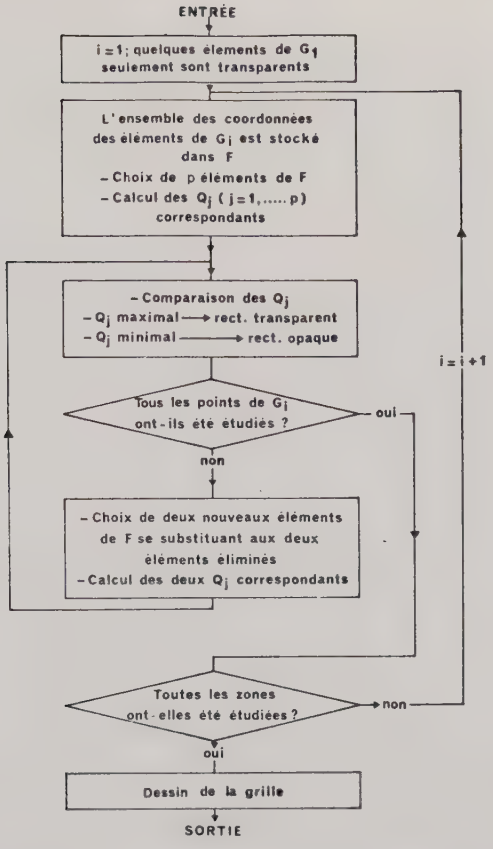


FIG. 29 — *Organigramme de calcul d'une grille.*

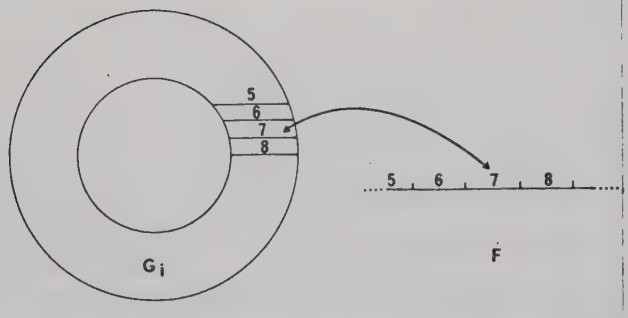


FIG. 30 — *Choix des rectangles à tester dans G_i.*

III - EXEMPLE DE CALCUL D'UNE GRILLE DESTINEE A UN SYSTEME CENTRE

1) Choix des courbes (C)

Les courbes (C) sont des cercles dont les rayons varient suivant la loi des anneaux de NEWTON, de sorte que les surfaces des zones qui constituent les G_i sont égales. Il n'a pas été utile de segmenter ces zones qui comportent dans notre exemple environ 1700 rectangles.

2) Choix des rectangles à tester dans G_i

Pour former l'ensemble (E) de p rectangles pour lesquels est testée la fonction de grille,nous avons opéré de la façon suivante (figure 30). Les coordonnées des éléments appartenant à une zone G_i (pris ligne par ligne) sont stockées linéairement et de façon biunivoque dans un bloc de mémoires (F) de longueur k d'un calculateur. Pour choisir un rectangle de G_i on obtient l'adresse de ses coordonnées dans (F) en ajoutant, modulo k, à l'adresse relative au rectangle choisi précédemment, un entier premier avec k. Tous les points de la zone G_i sont ainsi atteints, sans répétition, et d'une façon assez aléatoire car les lignes de rectangles appartenant à une zone sont de longueur variable . Les zones G_i n'étant pas limitées par des droites, mais des cercles (C), le nombre de rectangles considérés comme inclus dans G_i n'est pas exactement constant. On s'arrange pour que le nombre exact de rectangles contenus dans G_i soit borné supérieurement par k. Le bloc (F) est donc plus ou moins rempli. Un test élimine les données non significatives qui complètent (F). En début de calcul, il faut veiller à ce que pour quelques positions relatives des grilles, les éléments de (E) se trouvent en face d'éléments transparents sinon les "fonctions de qualité" ne pourraient être comparées. D'autre part, lorsqu'il a été décidé de laisser définitivement opaques ou transparents quelques éléments de (E), il est - en pratique - inutile, de faire (pour les éléments restant dans (E)), en vue de l'itération suivante, un nouveau calcul de Q.

3) Modulation du faisceau lumineux relatif à une fente élémentaire.

Soit une fente élémentaire de largeur b et de hauteur a notée F_θ et dont le centre a pour coordonnées (x_o, y_o). Cette fente est supposée immobile. L'image de la fente d'entrée à travers l'instrument est animée d'un double mouvement : mouvement de translation uniforme dans le sens Ox (il est dû à la rotation du système dispersif), mouvement alternatif sinusoïdal dans la direction Oy ($y = y_o + \ell \cos 2\pi N t$), d'amplitude $\ell \geqslant a$ et de fréquence N. Soient (x,y) les coordonnées du centre de cette image (F_s). Si $x > x_o + b$ ou bien $x < x_o - b$ alors il n'y a pas de recouvrement possible de la fente et de l'image. Le flux n'est pas modulé. Par contre si $x_o - b < x < x_o + b$, il y a recouvrement partiel et il y a modulation du flux à une fréquence double (2N) de la fréquence de vibration de l'image. Ce flux modulé croît linéairement avec le recouvrement et il est maximal lorsque $x = x_o$; on dit qu'il y a coïncidence. On en déduit donc que la fonction d'appareil est la même que celle d'une fente de largeur b (figure 31).

4) Modulation introduite par un élément quelconque de la grille.

Appelons p_x la modulation à la fréquence 2N introduite par un élément d'essai M(x,y) pour une position X de la grille image sur la grille de sortie. (X,Y) définissent ici les coordonnées du centre de la grille image sur la grille de sortie. Lorsque Y est nul, l'élément M(x,y) est en face d'un élément M'(x+X,y). Lorsque la grille d'entrée vibre de la hauteur d'un élément ($-1 < Y < +1$), l'image de M passe devant les éléments M"(x + X, y + 1) et M'''(x + X, y - 1) de même abscisse que M'. Nous supposons dans ce calcul que X est un multiple entier de la largeur b des rectangles. Dans le cas général en posant $X = h\,b$, la modulation en tout point est obtenue par interpolation linéaire des modulations correspondant aux entiers qui encadrent h (conformément à la figure 31).

Si nous désignons par T(M) l'état des éléments (T(M) = 1 pour un élément transparent, T(M) = 0 pour un élément opaque), alors la modulation introduite, à la fréquence 2N pour une amplitude de vibration inférieure ou égale à la hauteur d'un élément est proportionnelle à

$$p_X = 2T(M') - T(M'') - T(M''')$$

Le signal total relatif à tous les éléments de la grille pour un décalage X des 2 grilles est :

$$P_X = \Sigma\, p_X$$

où la sommation porte sur les éléments de la grille image recouvrant ceux de la grille de sortie.

Si la modulation est trop forte, des rectangles d'abscisse X + x, non contigus à M' peuvent intervenir ; la fonction de grille ainsi obtenue est en général déteriorée(*). En présence d'un astigmatisme très prononcé, il convient d'allonger suffisamment les rectangles, ou mieux,de déterminer une meilleure expression de la modulation.

La composante de fréquence (N) disparaît soit par suite d'une symétrie de la trame telle que celle que nous introduirons plus bas, soit statistiquement, avec l'aide éventuelle d'une modification de la fonction Q dans laquelle cette composante peut être introduite.

Implicitement nous avons supposé que la grille de sortie était identique à la grille d'entrée. Nous pourrions envisager le cas plus général où elles sont différentes. Cela ne change en rien la méthode de calcul. Cela suppose simplement l'enregistrement dans la mémoire du calculateur de deux grilles au lieu d'une. Lorsque la grille d'entrée est identique à la grille de sortie, la détermination de la modulation fait intervenir non seulement l'élément M(x,y) de l'image de la grille d'entrée, mais aussi son homologue de la grille de sortie.

La grille qui a servi à obtenir les résultats décrits ci-dessous était destinée à un spectromètre de type Littrow. Elle devait donc posséder un centre de symétrie. Ceci impose que les rectangles soient rendus transparents par paires,symétriques par rapport au centre. Le calcul de la modulation est un peu plus compliqué, mais la fréquence (N) disparaît par raison de symétrie et, à taille de grille égale, le nombre de bits de la section de mémoire du calculateur où est enregistrée la grille est deux fois plus faible.

---

note(*) : le taux de modulation passe par un maximum lorsque l'amplitude de la vibration est égale à la hauteur d'un élément.Il correspond au taux de modulation théorique.Si l'amplitude de vibration augmente et devient voisin de la hauteur de deux éléments ce taux descend jusqu'à environ 25 %.

5) Choix de la fonction de qualité :

C'est du choix de cette fonction que dépend la bonne évolution de la grille au fur et à mesure de sa réalisation. Nous avons tout d'abord utilisé une fonction permettant d'obtenir un signal (à la fréquence 2N) aussi élevé que possible et une apodisation maximale. Pour cela nous avons posé

$$Q = \frac{S^2}{\sum_{x=1}^{n} (P_x)^2}$$

où S est le signal à la fréquence 2N observé lorsque la grille image coïncide exactement avec la grille de sortie, et P_x la valeur de ce signal lorsque l'écartement de cette grille image avec la grille de sortie est égal à X fois la largeur d'un élément. Dans le cas d'une grille présentant un centre de symétrie nous avons $P_x = P_{-x}$. Dans tous les cas $P_o = S$. A un facteur n près le dénominateur représente la valeur quadratique moyenne des "pieds". La figure 32 montre l'évolution du facteur de qualité lorsque le nombre d'éléments qui constituent la grille augmente. Cette grille a été construite par zones, chaque zone contenant environ 960 éléments. Seules quelques zones sont représentées ici. Nous constatons que le facteur Q croît de manière générale lorsque le nombre d'éléments augmente, mais fluctue lentement à l'intérieur de chaque zone. Q passe par un minimum à peu près au milieu de chaque zone. On constate également que le taux de modulation du signal n'est que de 25% environ du signal incident. Les figures 33, 34, et 35 nous montrent une anomalie dans l'évolution de Q. Après une croissance assez régulière lors du remplissage de la première zone (figure 33) nous constatons que lorsque le nombre d'éléments dépasse 750 la qualité évolue très rapidement. La figure 34 nous montre un essai d'amélioration de la zone 1. Lorsque tous les éléments de la zone 1 ont été définis,nous les reprenons un par un et nous vérifions si le fait de changer un élément en son opposé améliore ou non Q. Si Q est amélioré la modification est faite, sinon on revient au cas précédent. Sur 960 essais, 125 modifications successives ont été apportées,multipliant le facteur de qualité par 12. Lors du remplissage de la zone 2 de façon progressive,le facteur de qualité Q est très vite redescendu au niveau où il était en fin de zone 1 avant les modifications (figure 35). Pour une grille de 1930 éléments,l'apodisation

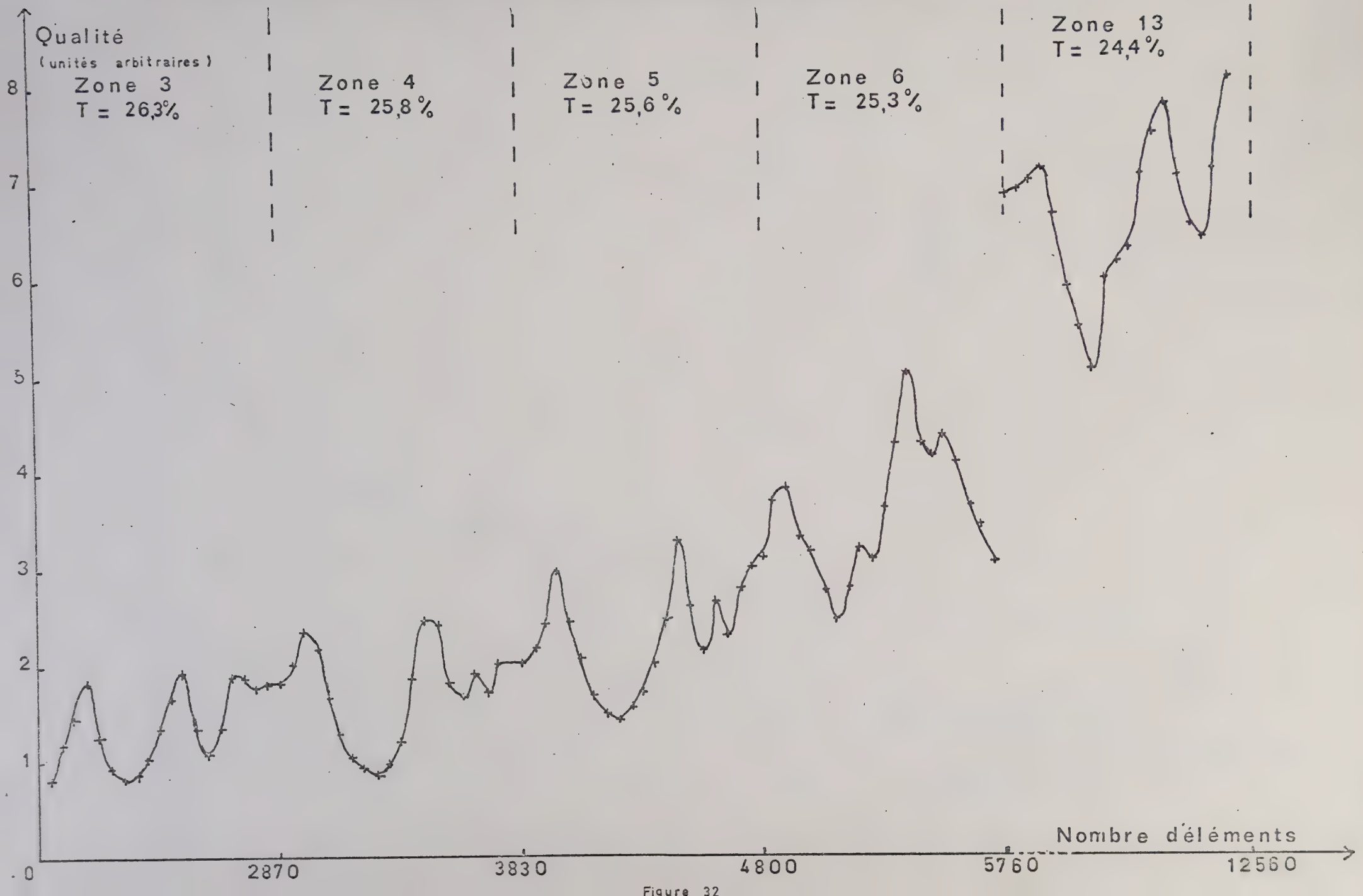

Qualité
(unités arbitraires)
Zone 3
T = 26,3%
Zone 4
T = 25,8 %
Zone 5
T = 25,6 %
Zone 6
T = 25,3 %
Zone 13
T = 24,4 %
8
7
6
5
4
3
2
1
0
2870
3830
4800
5760
12560
Nombre d'éléments

Figure 32

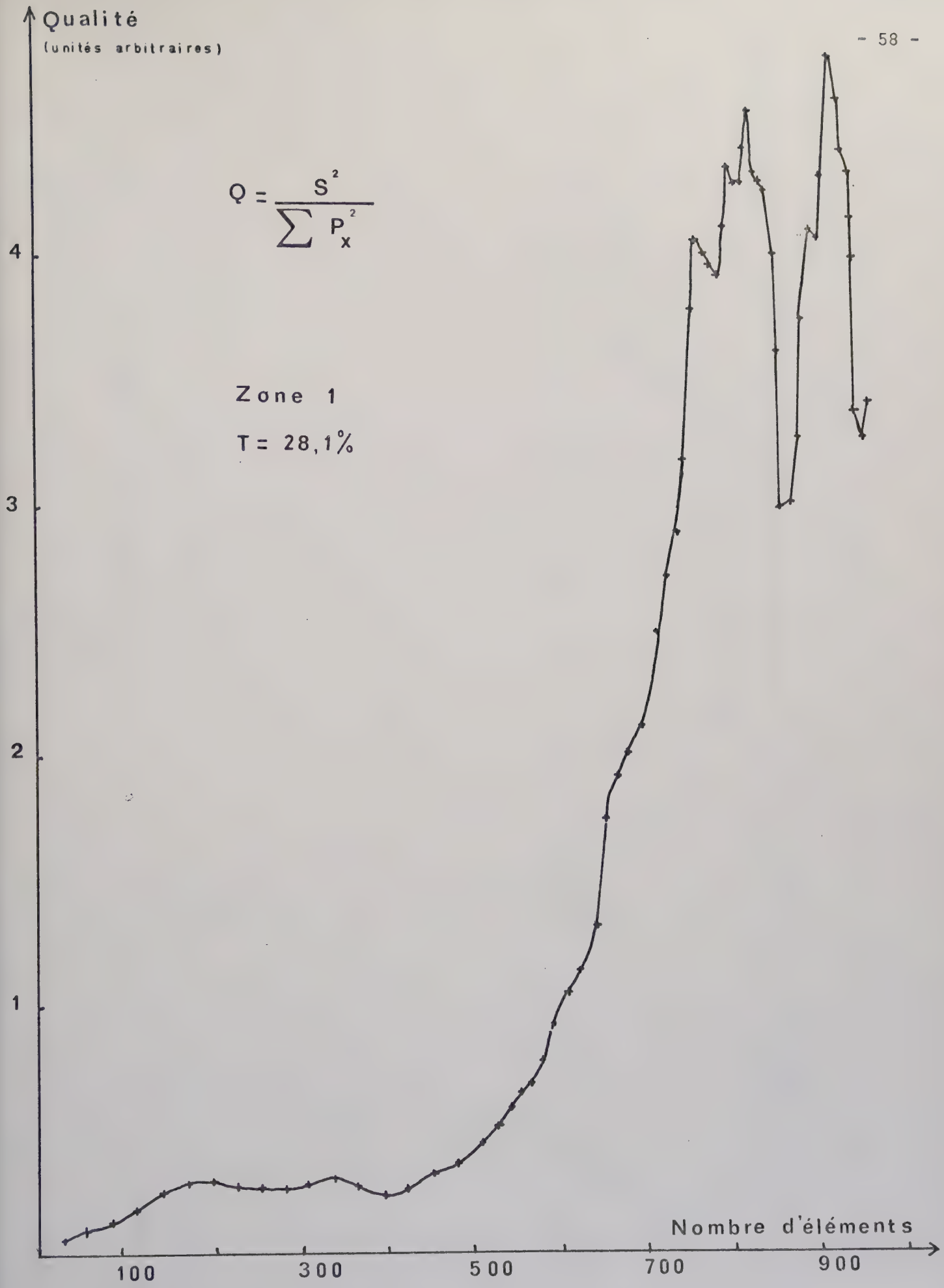

Qualité
(unités arbitraires)
$Q = \frac{S^2}{\sum P_x^2}$
Zone 1
T = 28,1%
4
3
2
1
Nombre d'éléments
100
300
500
700
900

Figure 33

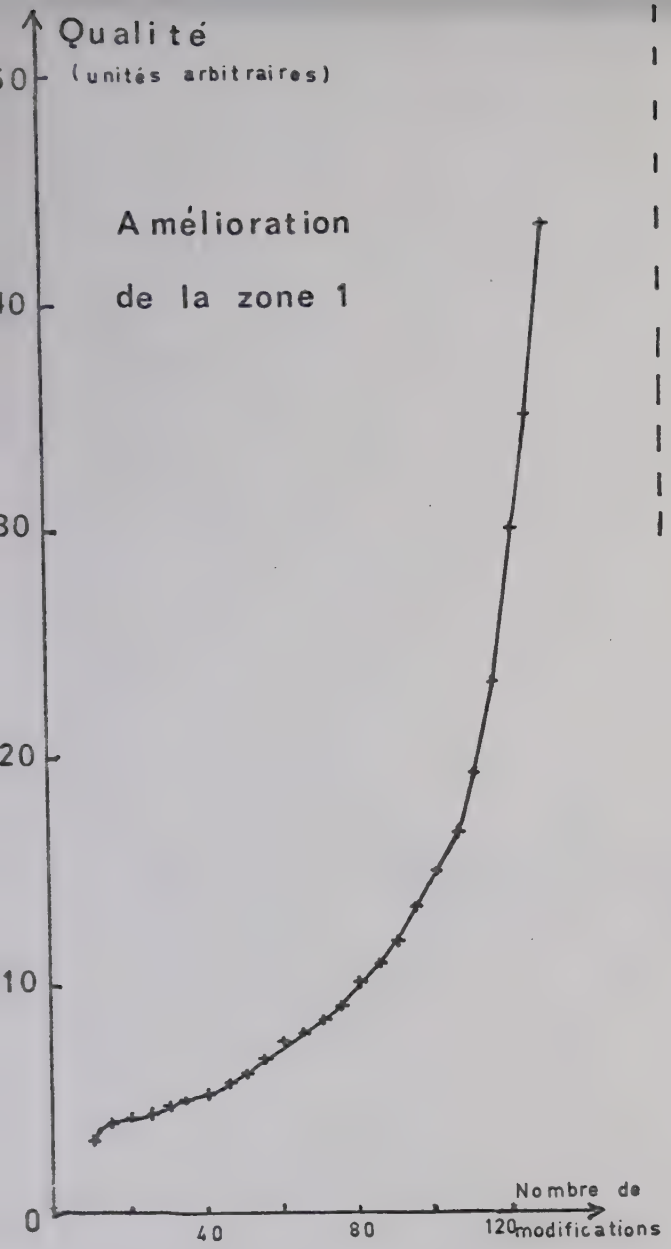


Figure 34

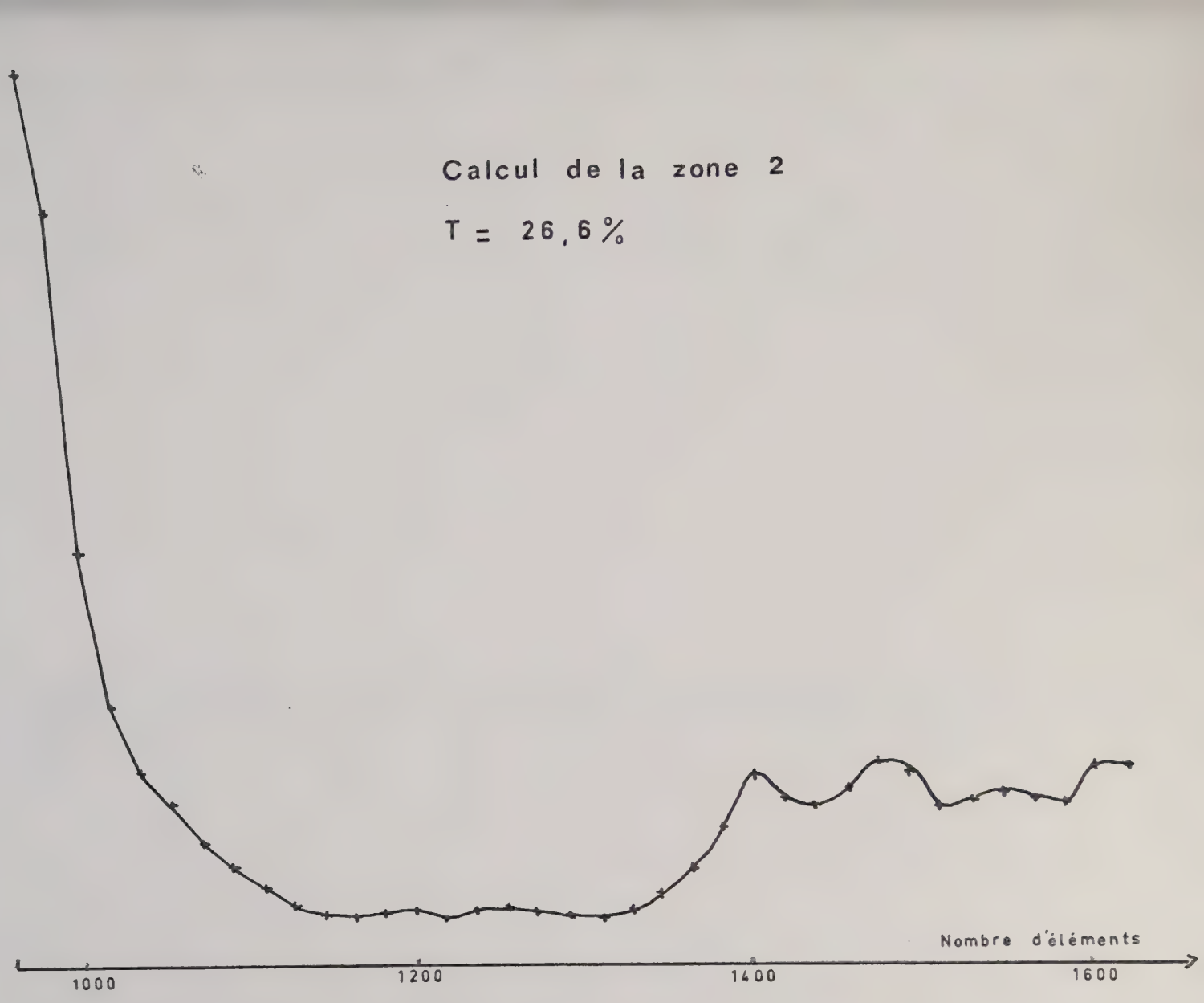
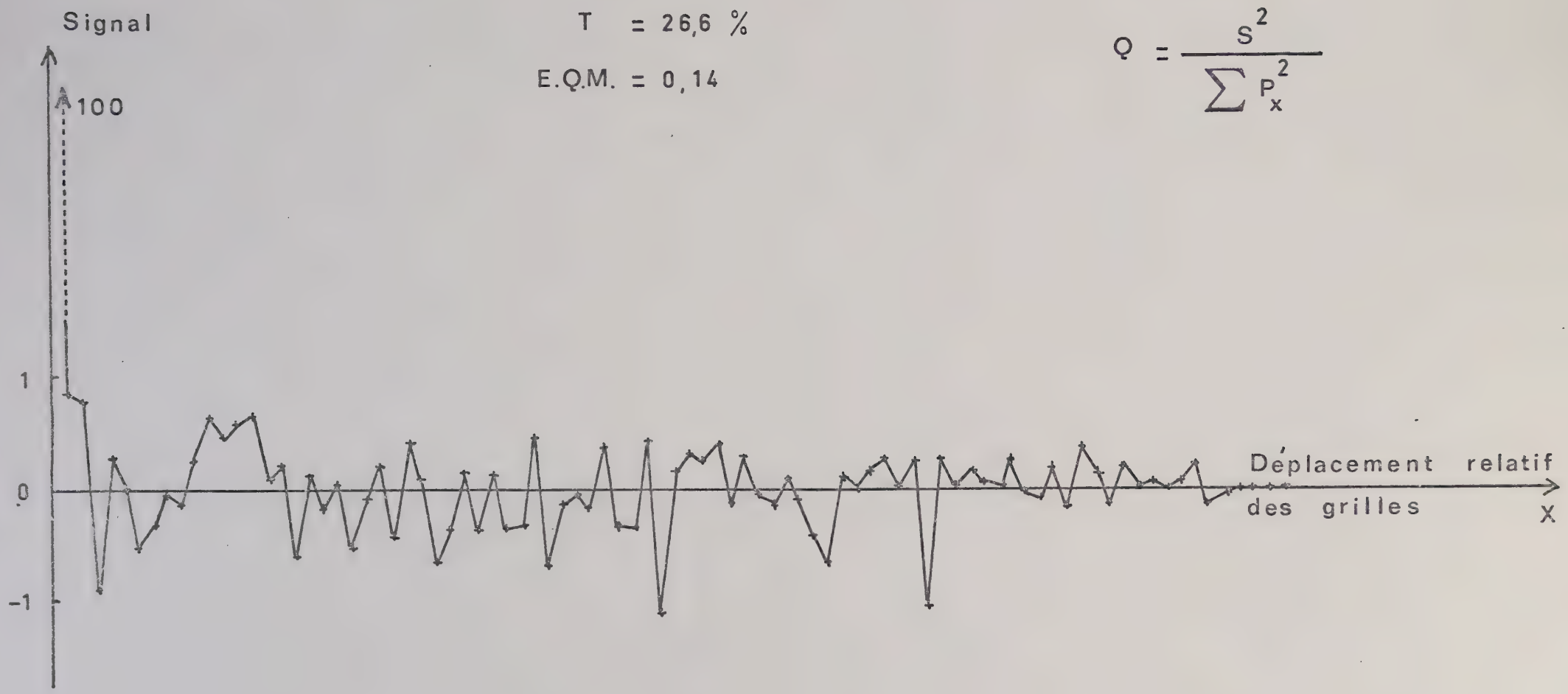


Figure 35



Fonction d'appareil – Grille circulaire : 1930 éléments.

Figure 36

est déjà très bonne. Tous les pieds sont inférieurs à 1% du signal à la coïncidence. L'écart quadratique moyen est 0,14. Ces résultats montrent que la grille semble être créée de façon très aléatoire (faible taux de modulation et répartition uniforme des pieds). Le paramètre R n'est pas bien adapté car il ne nous permet pas d'agir sur la luminosité du système et il fluctue trop. Cela tient au fait que S croît très lentement alors que $\Sigma(P_x)^2$ peut évoluer très vite.

Nous avons pensé qu'il fallait séparer les deux grandeurs : signal et valeur quadratique moyenne des pieds. Nous avons utilisé la fonction :

$$Q = S\left[1 + \frac{A}{\sqrt{\sum_{x=1}^{n} (P_x)^2}}\right]$$

Cette fonction nous permet de pondérer l'influence de la valeur quadratique moyenne des pieds en agissant sur la valeur de la constante A. Si A est très élevé on retrouve le cas précédent.

La figure 37 montre l'évolution de Q pour A = 0,5. La qualité Q croît de façon régulière lorsque le nombre d'éléments augmente. Le taux de modulation est élevé : 37,6% pour la zone 1 et 36,3% pour la zone 2. Un essai d'amélioration de la zone 2 permet de multiplier Q par un facteur 1,1 et le taux de modulation passe de 35,3% à 39,6%. Cette amélioration est conservée lors du calcul de la zone suivante. Toutefois le taux de modulation redescend de 39,6% à 38,6%. Aussi l'amélioration obtenue s'avère trop faible pour que ce calcul soit généralisé - ceci double le temps de calcul - La fonction d'appareil d'une grille de 1930 éléments (figure 38) montre que l'écart quadratique moyen est faible (E.Q.M. = 0,055) alors qu'il valait 0,14 (figure 36). Si nous diminuons A, le taux de modulation croît (T = 46,4% sur la figure 40) mais l'apodisation est moins bonne (E.Q.M. = 0,88). Le signal S croît de manière linéaire en fonction du nombre d'éléments (plus de 100 000 éléments sur la figure 39). Sur une grille ayant un petit nombre d'éléments (figure 38), l'apodisation proche est meilleure que l'apodisation lointaine. Ceci est normal. Pour X faible il y a beaucoup plus d'éléments qui interviennent - recouvrement important des deux grilles - que pour X élevé. Statistiquement il est donc normal que l'apodisation proche soit mieux corrigée. De manière générale l'apodisation s'améliore lorsque la taille de la grille augmente. La figure 42 montre la fonction

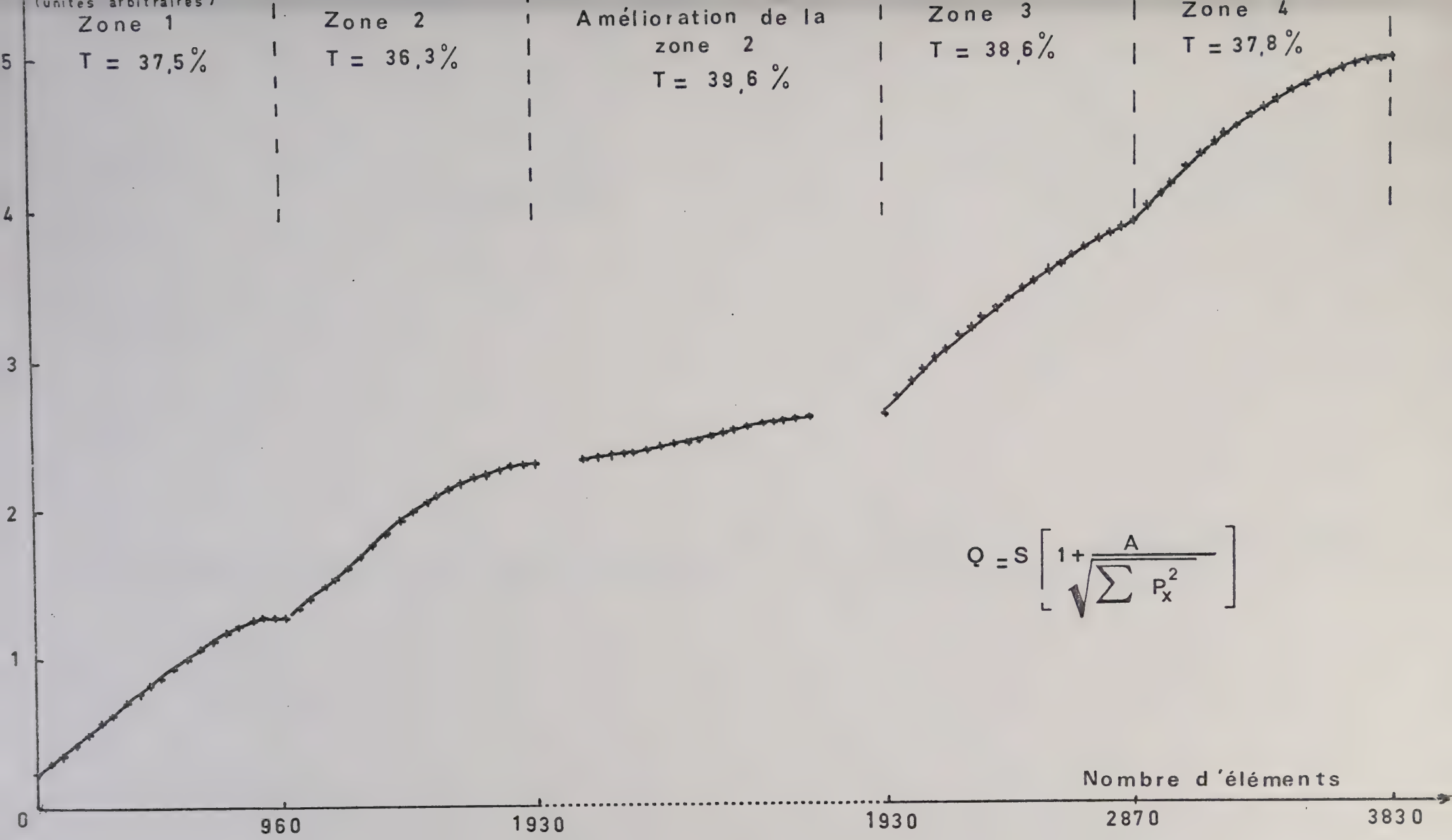

(unités arbitraires)
Zone 1
T = 37,5%
Zone 2
T = 36,3%
Amélioration de la zone 2
T = 39,6 %
Zone 3
T = 38,6%
Zone 4
T = 37,8 %
Q = S [1 + A / √(∑ Px²)]
Nombre d'éléments
0
1
2
3
4
5
960
1930
1930
2870
3830

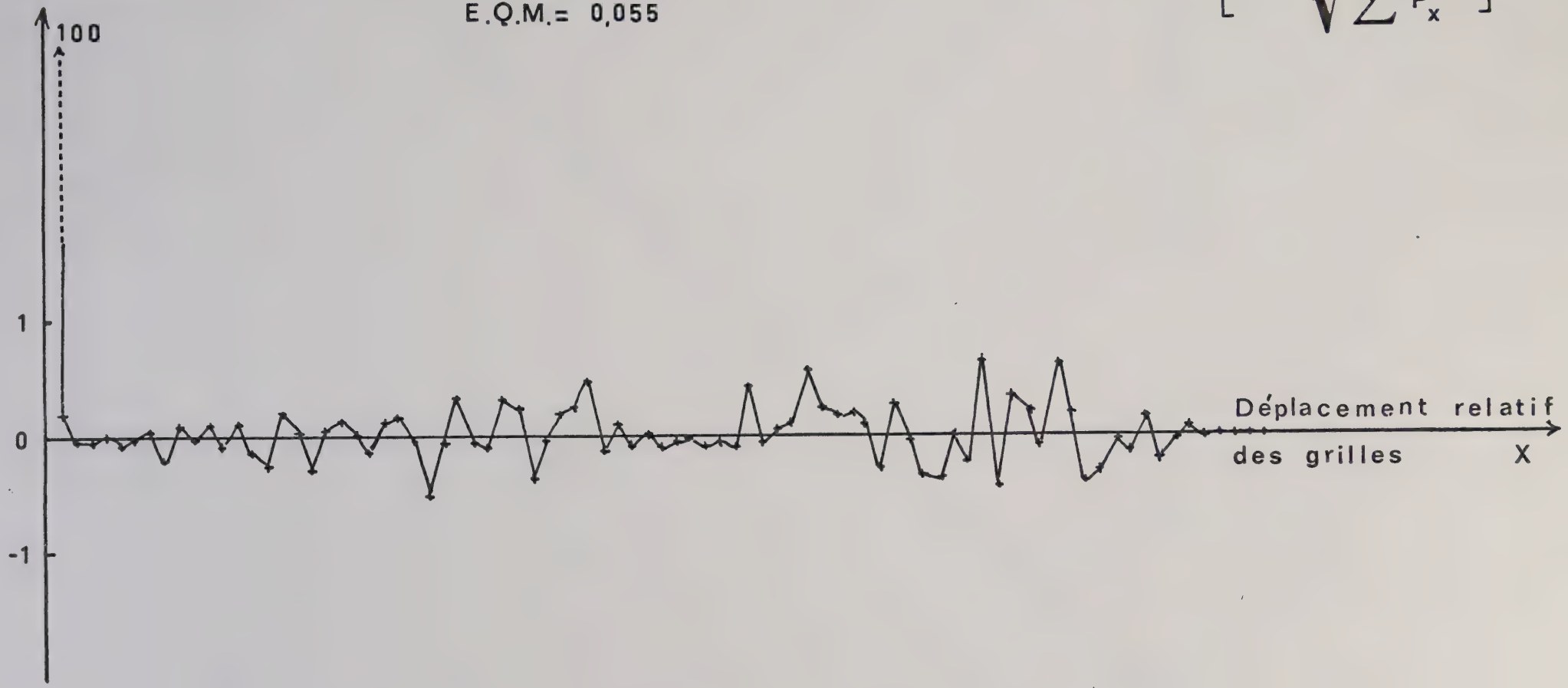
Figure 37

A = 0,5

T = 36,3 %

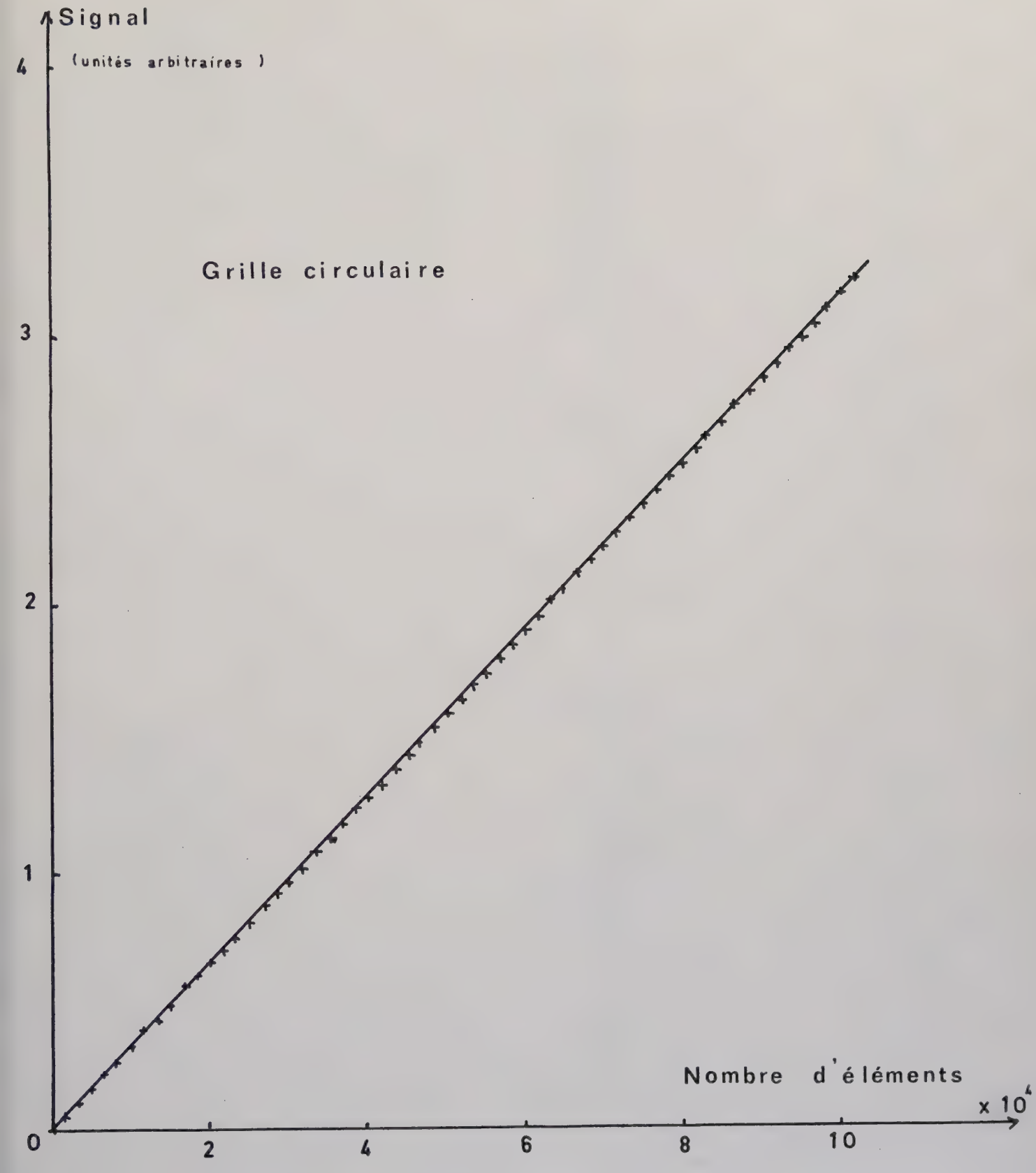
E.Q.M.= 0,055

$$Q = S\left[1 + \frac{A}{\sqrt{\sum P_x^2}}\right]$$



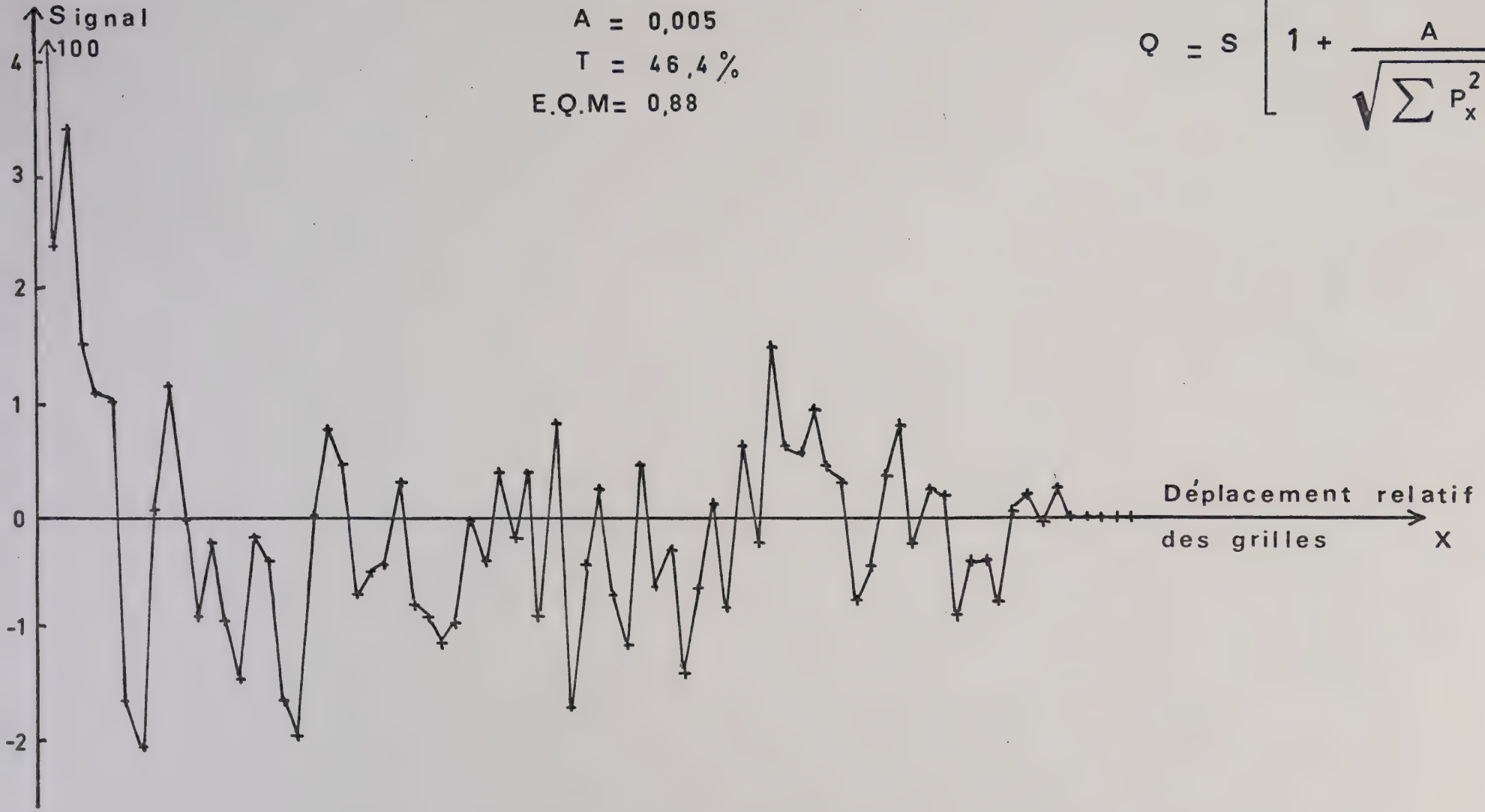
Fonction d'appareil – Grille circulaire : 1930 éléments

Figure 38



Signal observé à la coïncidence
et à la fréquence 2N.

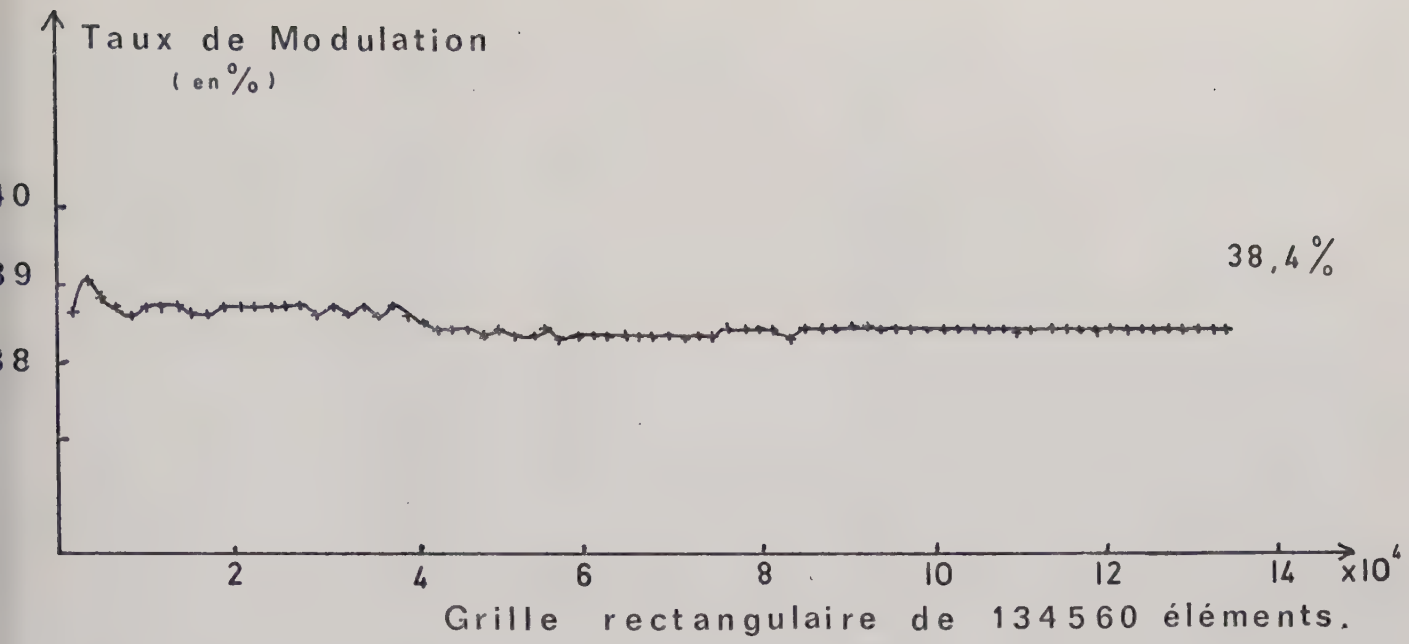
Figure 39



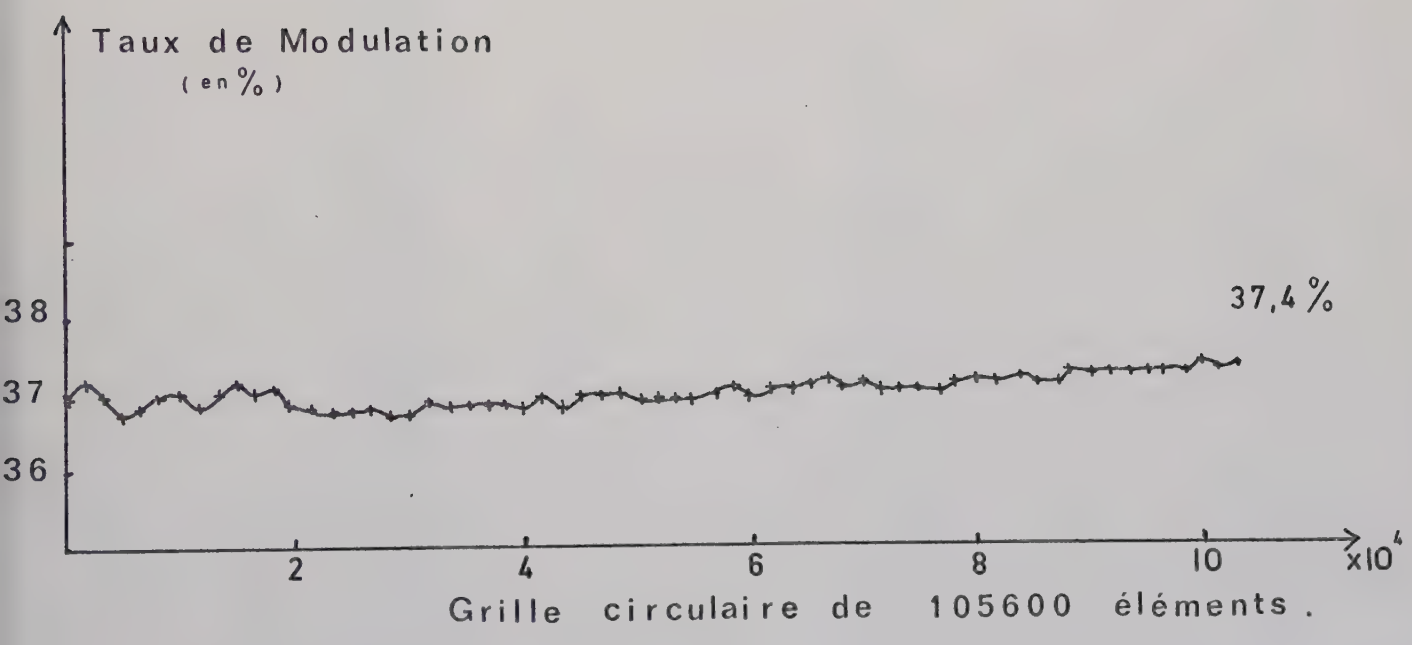
Fonction d'appareil – Grille circulaire : 1930 éléments.

Figure 40

d'appareil pour deux grilles : dans la première, grille rectangulaire de 134 560 éléments les pieds sont tous inférieurs à 2,02 ‰ du signal, dans la seconde, grille circulaire de 105 600 éléments ils sont tous inférieurs à 1,74 ‰ du signal. D'autre part avec A = 0,5 nous avons obtenu des taux de modulations importants et relativement constants au cours de l'élaboration des grilles (figure 41).



Grille rectangulaire de 134560 éléments.

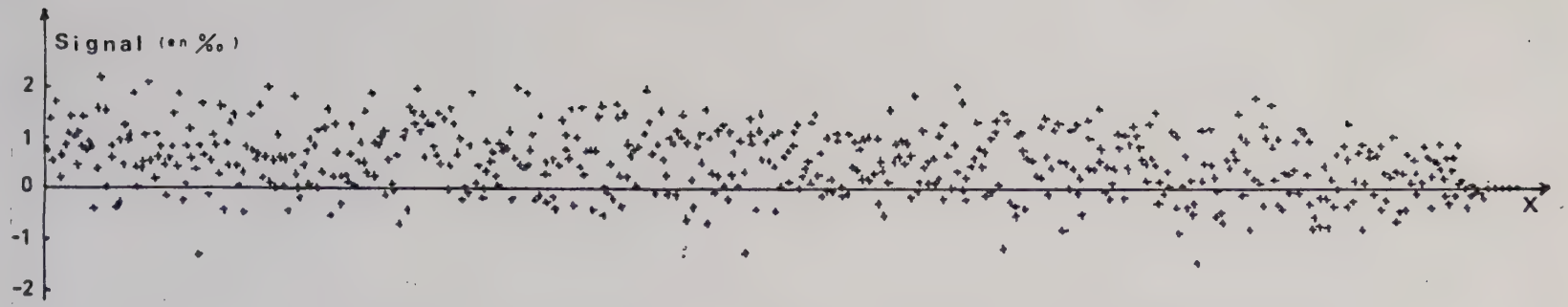


Grille circulaire de 105600 éléments.

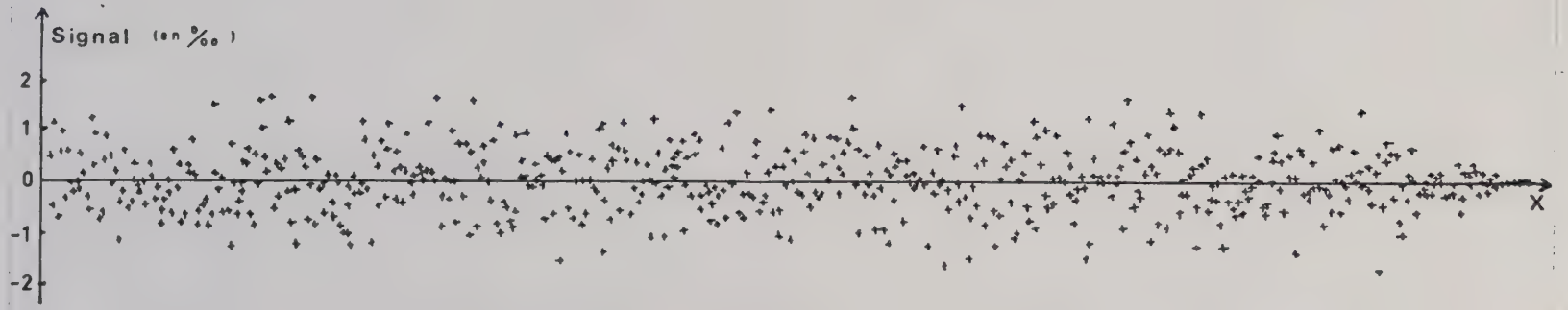
Variation du taux de modulation

en fonction du nombre d'éléments

Figure 41



Fonction d'appareil - Grille rectangulaire : 134560 éléments.



Fonction d'appareil - Grille circulaire : 105600 éléments.

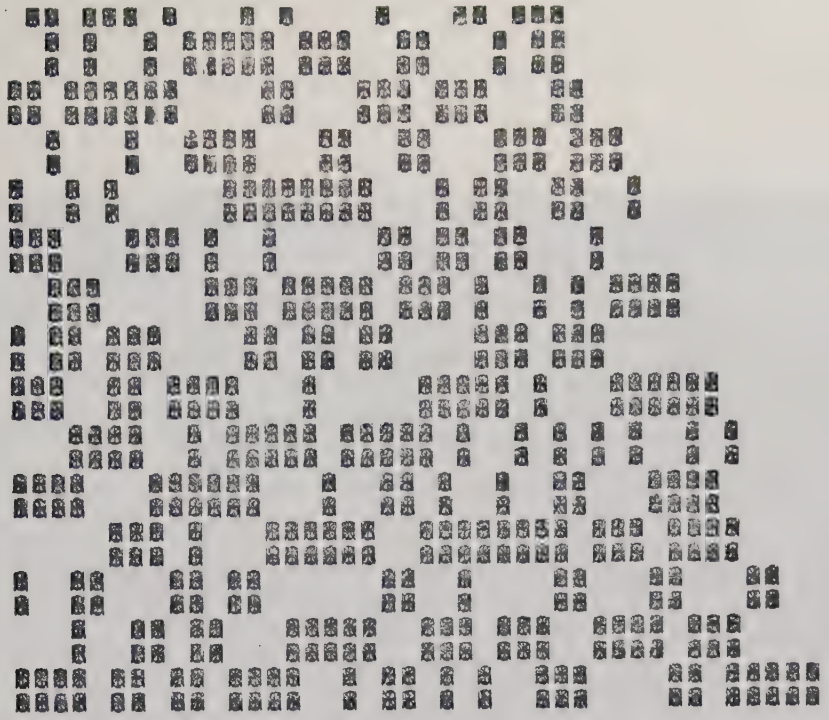
Figure 42

IV - REALISATION DES GRILLES

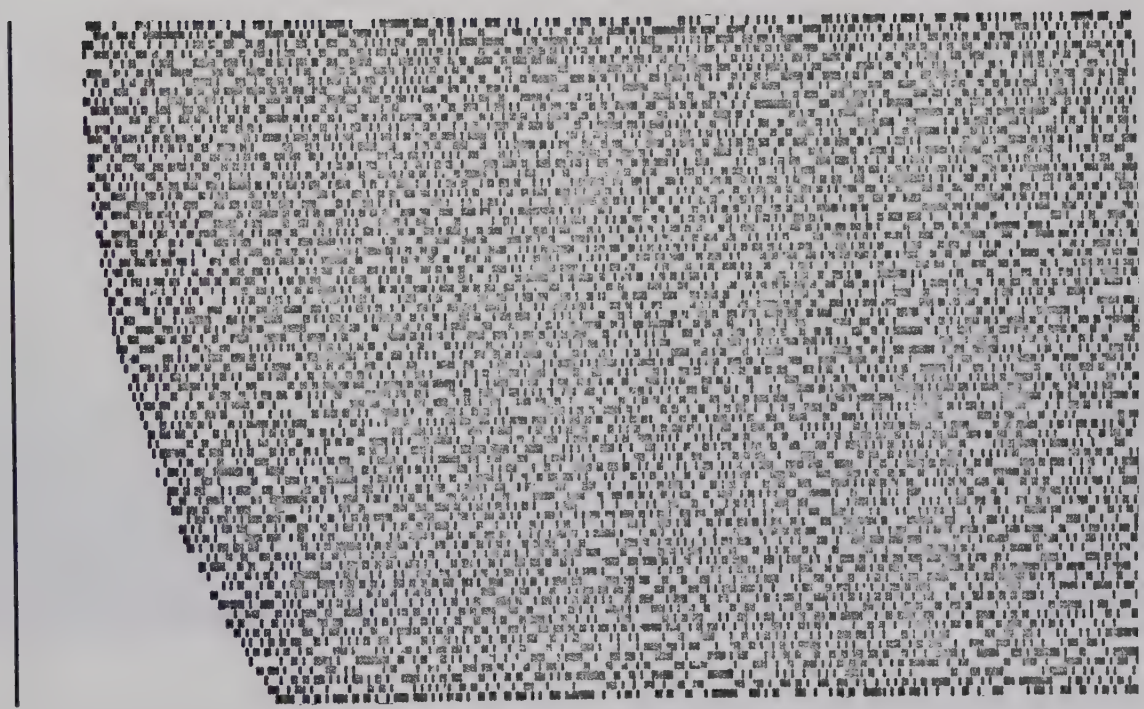
1) Tracé initial des grilles :

Un essai a été effectué à l'aide de cartes mécanographiques, chaque perforation représentant un élément. Du fait que les perforations obtenues ne sont pas jointives; il faut après un premier passage rectifier la partie gauche de chaque carte au massicot et effectuer une seconde perforation. Les positions des éléments sur chaque carte sont très bonnes mais pour reconstituer la grille totale une centaine de cartes étant nécessaires , des décalages inadmissibles s'introduisent. Cette méthode fut rapidement abandonnée. Un autre essai a alors été effectué à l'aide de l'imprimante d'un ordinateur. Chaque élément (rectangle noir) est obtenu par la superposition de plusieurs caractères alphanumériques (figure 43). Là encore les éléments ne sont pas tout à fait jointifs. D'autre part la distance des lignes d'une part et des colonnes d'autre part nous a amené, dans notre calcul à remplacer les zones circulaires ou carrées par des zones elliptiques ou rectangulaires de manière à ce qu'après tracé,nous obtenions bien de nouveau des cercles ou des carrés. Une première grille utilisée par J.CADOT (22) BOUCHAREINE (23), et la Société JOBIN-YVON (31) a été ainsi réalisée. Elle nécessite la juxtaposition côte à côte de cinq bandes imprimées constituant un dessin de grille de diamètre égal à 1,5 mètre. Le cliché 44 montre un exemple de grille à zones elliptiques.

Ce modèle a été utilisé par Monsieur VIENOT et son équipe (30) comme codeur en holographie. Il a constaté le caractère aléatoire de la distribution des éléments. Ce modèle n'a pas de périodicité et la répartition de l'énergie est à rapprocher de celle d'une fente élémentaire, verticale, unique (cliché 45) . Au contraire deux grilles à répartition aléatoire de confettis ont montré qu'elles n'étaient pas équivalentes et qu'il y avait une périodicité horizontale. Ceci permet d'expliquer pourquoi l'apodisation proche est mieux corrigée avec les grilles calculées.

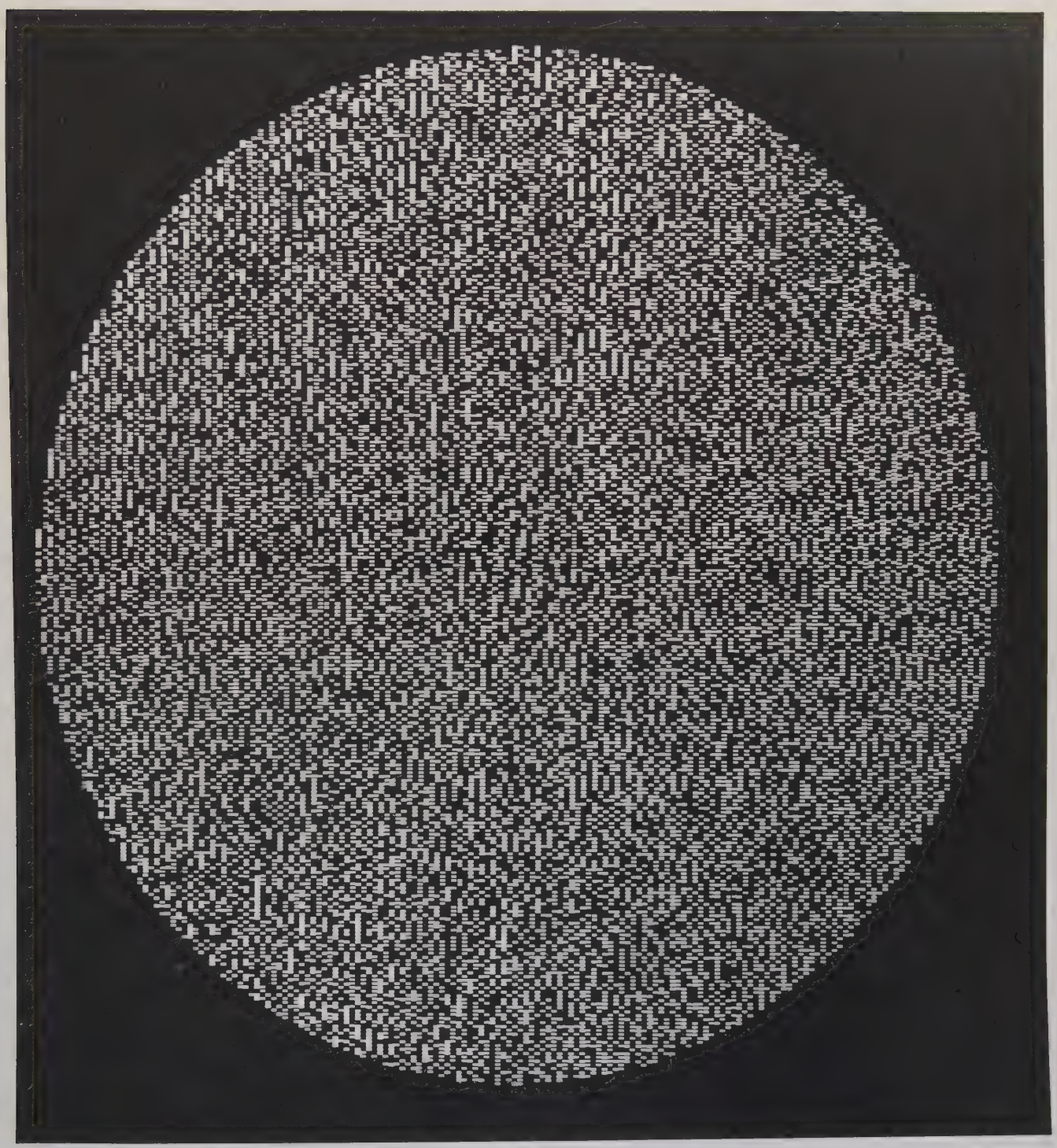


Partie d'une grille dessinée par une imprimante (Echelle x1)



Partie d'une grille dessinée par une table traçante (Echelle x1)

Schéma 43

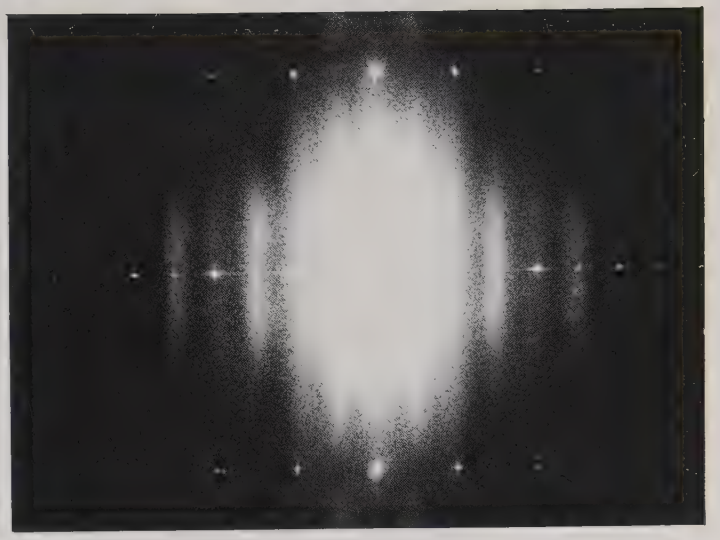


Grille construite par zones elliptiques.

Dessin réalisé par une imprimante.

Cliché 44

200 µm



150 µm

50 µm

Grille calculée

Deux grilles à répartion
aléatoire de confettis

Spectres obtenus par VIENOT et TRIBILLON

Cliché 45

2) Prise du cliché :

Une photographie du dessin initial est d'abord prise. Le cliché obtenu est ensuite projeté sur un écran sphérique concave ; la photographie de l'écran sous un angle approprié donne un cliché affecté de l'anamorphose voulue. Cette méthode est analogue à celle qui avait été utilisée pour la construction de grilles aléatoires par CADOT (18), mais elle est d'emploi délicat en raison de la précision avec laquelle doit être réalisée la grille

3) Photogravure :

Le cliché obtenu sert à photograver par contact un miroir métallique déposé sur un support transparent dans l'infrarouge. Travaillant vers 3µm nous avons utilisé de l'aluminium déposé sur un support en fluorine chaud.

4) Dessin des grilles sur une table traçante :

Le tracé d'une grille présentant l'anamorphose voulue peut être obtenu en sortie d'un ordinateur muni d'une table traçante. Nous avons mis au point une méthode permettant d'obtenir des familles de grilles d'anamorphoses différentes. Le principe de fonctionnement du programme est le suivant Les grilles calculées initialement sur un ordinateur IBM 1130 ont été enregistrées sur un disque magnétique puis sur ruban perforé. Chaque caractèr du ruban papier a été décodé puis codé sur un bit. En effet il nous suffit de savoir si un élément est transparent (bit = 1) ou opaque (bit = 0). De cette façon, travaillant sur des mots de 16 bits nous avons gagné un facteur 16 sur l'encombrement mémoire de la grille et sur la longueur du ruban papier. Cette méthode nous a permis en particulier de supprimer toutes les manipulations du ruban. L'étape suivante du programme consiste à lire la grille demi-ligne par demi-ligne, à la décoder, à calculer pour chaque élément quelle est sa position exacte, et à l'écrire sur la table. Chaque élément est un bâtonnet de hauteur constante et dont la largeur correspond à la largeur de la plume utilisée. Pour des raisons d'encrage chaque ligne est réexplorée deux fois. Pour une grille de 100 000 éléments et occupant un disque de 30 cm de diamètre, il faut environ six heures pour la réalise Une partie de grille à l'échelle 1 est représentée sur le cliché 43.

note (voir page 73):

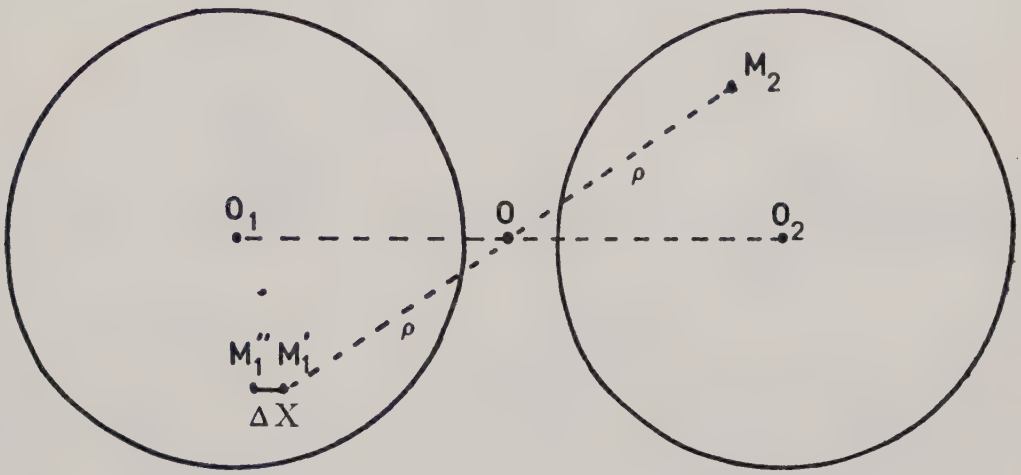
Nous n'avons pu utiliser une méthode analogue à celle de GIRARD pour obtenir un cliché des grilles. Il éclaire la grille d'entrée en lumière monochromatique (λ_o) et photographie l'image de cette grille à travers le monochromateur à l'endroit où doit se trouver la grille de sortie. Dans le cas où la même grille fonctionne en entrée et en sortie il utilise une demi-grille en entrée.

Pour que cette méthode donne de bons résultats il faut que le rapport λ/λ_o entre la longueur d'onde à étudier et la longueur d'onde λ_o soit assez grand. Le rapport des taches de diffraction à λ et à λ_o est égal au rapport des longueurs d'onde. La largeur d'un élément est de l'ordre de grandeur de la tache de diffraction relative à la longueur d'onde λ. Pour que le dessin de cet élément soit acceptable, il faut que la tache de diffraction relative à la longueur d'onde λ_o soit très inférieure à sa largeur: un rapport 10 nous semble raisonnable. Si $\lambda_o = 0.4\,\mu$ ceci permet de travailler convenablement au-delà de $4\,\mu$ (c'est le cas du spectromètre GIRARD); pour travailler entre 2 et 4μ cette méthode ne peut plus convenir.

a) Distorsion du réseau

Le calcul donnant la distorsion introduite par un réseau dans un spectromètre (23,34) conduit à

$$\Delta X = \frac{n \rho^2 \operatorname{tg} i}{f \gamma}$$



GRILLE DE SORTIE GRILLE D'ENTREE

DISTORSION (due au réseau) - Figure 46

ΔX = écart entre image théorique et image vraie sur le cliché

O_1O_2 = distance des centres entre la grille d'entrée et la grille de sortie

O = point autocollimateur (pour lequel $\Delta X = 0$)

$\rho = OM_2$ (distance d'un point de la grille au point O)

n = nombre de passages sur le réseau

i = angle d'incidence sur le réseau

f = distance focale du monochromateur

γ = grandissement du cliché par rapport à la grille finale. Il est également nécessaire de tenir compte d'une seconde distorsion. En effet, la grille que nous avons utilisée fonctionne comme grille d'entrée et grille de sortie ($O_1O_2 = 0$). Pour cela elle ne se trouve pas exactement perpendiculaire au faisceau mais fait avec celui-ci un angle ω (figure 47 a), ce qui permet de l'utiliser par transmission à l'entrée et par réflexion à la sortie. Montrons qu'il apparaît alors une distorsion en trapèze.

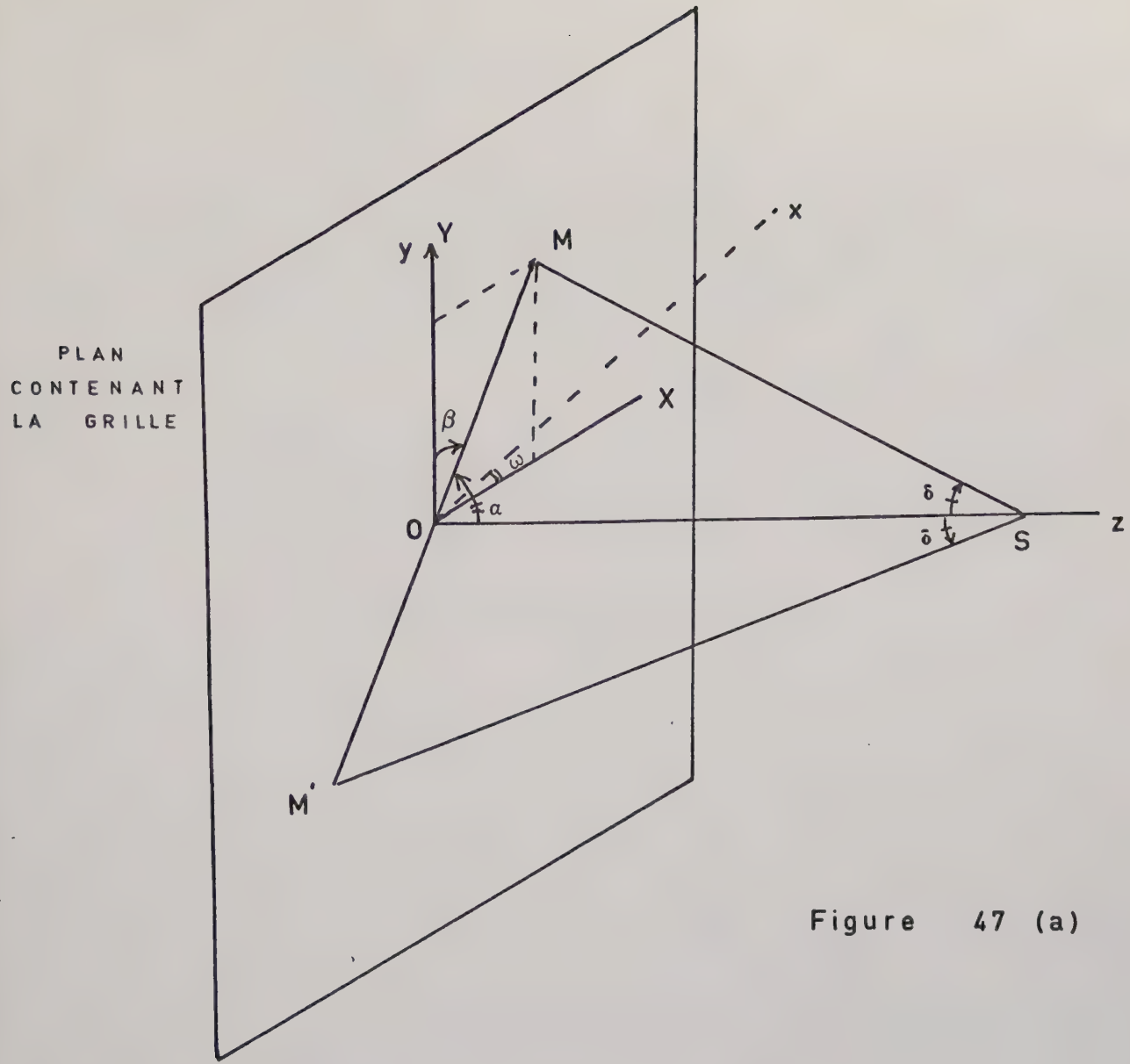


Figure 47 (a)

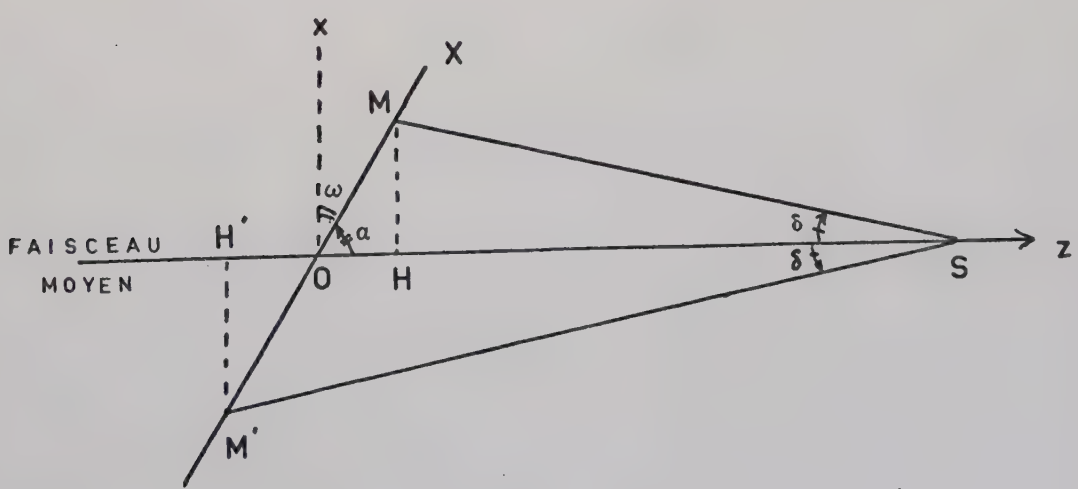


Figure 47 (b)

b) Distorsion en trapèze :

Supposons que OX et OY appartiennent au plan de la grille et que le faisceau incident soit dirigé suivant Oz. Le monochromateur se comporte optiquement comme un miroir sphérique élémentaire : il y a conservation de l'angle δ , et le conjugué M' d'un point M de la grille appartient au plan (OM,Oz). Dans ce plan (figure 47b) nous avons :

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{MH}{HS} = \frac{M'H'}{H'S}$$

$$\text{soit} \quad \frac{OM \sin \alpha}{OS - OM \cos \alpha} = \frac{OM' \sin \alpha}{OS + OM' \cos \alpha} = \frac{(OM' - OM) \sin \alpha}{(OM' + OM) \cos \alpha}$$

Appelons Δ la distorsion :

$$\Delta = OM' - OM$$

et $$OM + OM' = 2\,OM + \Delta$$

on en déduit :

$$\Delta = \frac{2(OM)^2 \cos \alpha}{OS - 2(OM) \cos \alpha}$$

Il s'agit d'une distorsion radiale. D'autre part (figure 47 a) :

$$OM \cos \alpha = (OM \sin \beta) \sin \omega$$

$$\text{donc} \quad \Delta = \frac{2\,(OM)^2 \sin \beta \sin \omega}{OS - 2(OM) \sin \beta \sin \omega}$$

Soient Δ_X et Δ_Y les projections de Δ sur OX et OY

$$\Delta_X = \Delta \sin \beta = \frac{2(OM)^2 \sin^2 \beta \sin \omega}{OS - 2(OM) \sin \beta \sin \omega}$$

$$\Delta_Y = \Delta \cos \beta = \frac{2(OM)^2 \sin \beta \cos \beta \sin \omega}{OS - 2(OM) \sin \beta \sin \omega}$$

Transformation d'une droite parallèle à OY :

M est défini par la relation $OM \sin \beta = k = \text{constante}$

$$\Delta_X = \frac{2 k^2 \sin \omega}{OS - 2k \sin \omega} = \text{constante}$$

la projection de M' sur l'axe est constante : M' décrit une parallèle à OY. Le conjugué d'une "verticale" est une "verticale".

Transformation d'une droite parallèle à OX :

M est tel que $OM \cos \beta = k' = \text{constante}$

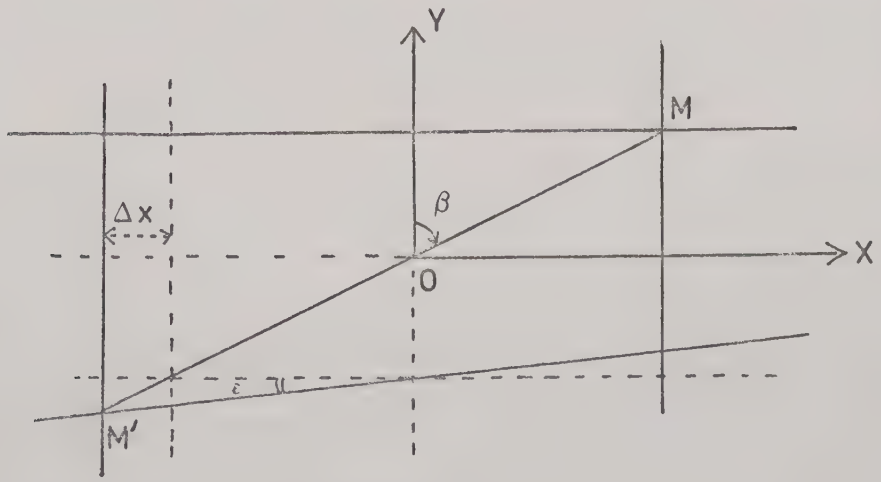


Figure 47 (c)

Calculons la quantité tg ε (voir figure 47c)

$$\text{tg } \varepsilon = \frac{\Delta_Y}{\Delta_X + OM \sin \beta} = \frac{\Delta_Y}{\Delta_X + k' \text{ tg } \beta}$$

$$\text{tg } \varepsilon = \frac{1}{\text{tg } \beta + \frac{k' \text{ tg } \beta}{\Delta_Y}} = \frac{2 k' \sin \omega}{OS} = \text{constante}$$

Lorsque M décrit une parallèle à OX (horizontale), son conjugué M' décrit une droite de pente ε.

Ordre de grandeur de ε :

Pour une grille de 60 mm de diamètre $k < 30$ mm

$OS = 6500$ mm ; $\sin \omega \simeq 0{,}173$

$tg\ \varepsilon = 0,00160$ soit $\varepsilon = 6$ minutes d'arc

Ordre de grandeur de Δ :

$$\Delta = \frac{2(OM)^2 \cos\alpha}{OS - 2\,OM\cos\alpha} \simeq \frac{2(OM)^2 \cos\alpha}{OS}$$

$(\cos\alpha)_{max} = \sin\omega$

soit $\Delta_{MAX} = 50\ \mu m$.

Ces résultats nous montrent que cette distorsion en trapèze est importante vis à vis de la taille des éléments composant la grille - 90 à 200 µm suivant les cas.

V - FONCTIONNEMENT DU SPECTROMETRE MUNI DE CES GRILLES

1) Caractéristiques du montage.

Le spectromètre utilisé, (19) comporte un monochromateur de type Littrow, de distance focale égale à 6,5 m, et qui utilise en double passage, un réseau de 13,5 cm sur 25 cm à 73,25 traits par mm. Compte tenu de la configuration en double passage le pouvoir de résolution théorique R_o de ce monochromateur est égal à 330 000 pour des longueurs d'onde voisines de 2µm, ce qui correspond à une dispersion linéaire égale à 90 µm dans le plan focal du monochromateur.

La grille, placée dans le plan focal, remplace les fentes d'entrée - sortie du monochromateur. La modulation sélective à une fréquence (2N), de l'élément spectral donnant une image de grille confondue avec celle-ci, est obtenue par une vibration de la grille(de fréquence (N)), dans son plan et suivant un axe OY perpendiculaire à l'axe de dispersion.

Nous avons essayé deux grilles, l'une de finesse égale à 90 µm et de diamètre égal à 45 mm, l'autre de finesse égale à 130 µm et de diamètre égal à 60 mm.

2) Principaux réglages du monochromateur à grille.

Les réglages qui tendent à réaliser une bonne coïncidence entre la grille et son image sont fondamentaux pour le bon fonctionnement du spectromètre. Ce sont les suivants :

a) Réglage de l'autocollimation :

Tout déréglage de celle-ci donne entre grille et image un grandissement différent de 1. Dans le cas de la grille de 90 µm, un déplacement de celle-ci égal à 6,5 mm par rapport au plan focal produit une variation du grandissement suffisante pour qu'un couple d'éléments symétriques situés à la périphérie de la grille ne puissent plus être simultanément corrélés avec leurs images.

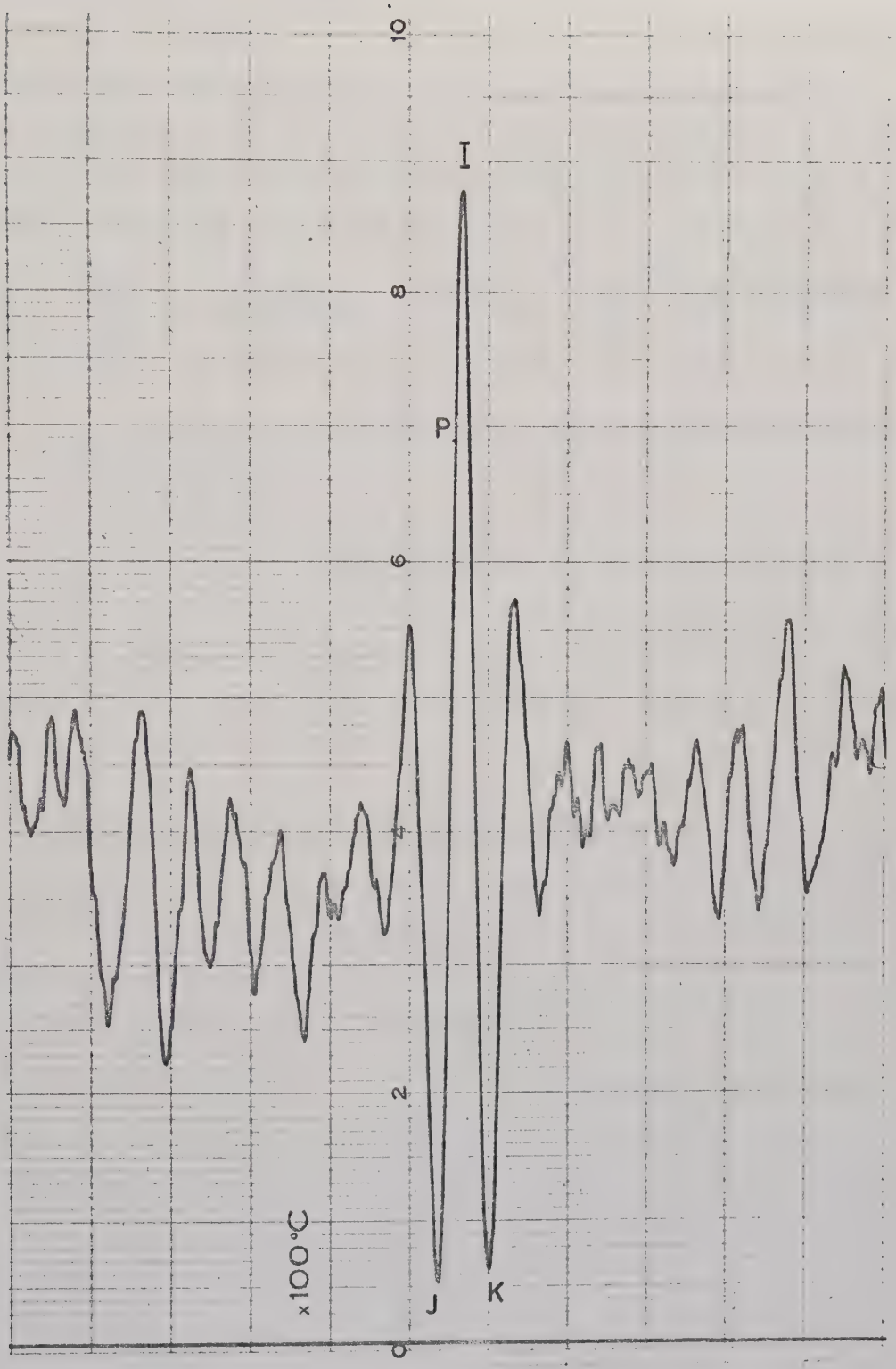
b) Utilisation d'une grille convenablement anamorphosée.

La distorsion du spectromètre, proportionnelle à la tangente de l'angle d'incidence sous lequel travaille le réseau, interdit d'utiliser une seule grille de grande finesse dans une vaste étendue spectrale.

Pour la grille de 90µm, qui est anamorphosée pour une incidence sur le réseau égale à 60°, un défaut équivalent à celui évoqué au paragraphe précédent intervient pour des incidences voisines de 53° et 65°.

En fait, il correspond à ces valeurs un déréglage intolérable ; les limites réelles de l'utilisation possible de la grille sont beaucoup plus restreintes, car, le déréglage influant conjointement sur la résolution et le contraste du spectre obtenu, on est très vite amené à juger le résultat obtenu comme insuffisant lorsqu'on s'écarte de l'incidence idéale.

α) Alignement de l'axe de vibration OY et des grands côtés des rectangles. L'axe OY étant relativement apparent sur le support de grille, on peut faire ce réglage avec une bonne approximation en rendant perpendiculaire à cet axe, la traînée de diffraction observée à travers la grille au voisinage



Réglage de la coïncidence (axe de modulation)

Cliché 48

d'une source ponctuelle éloignée.

β) Orthogonalité des rectangles à la direction OX, par inclinaison globale du support de la grille. Nous avons fait ce réglage en éclairant le réseau à travers la grille à l'aide du faisceau rendu légèrement divergent d'un laser Hélium-Néon ; la cohérence spatiale du faisceau permet d'observer sur le réseau une "ombre" de la grille, où apparaissent nettement les directions des côtés des rectangles ; on rend les grands côtés parallèles aux traits du réseau.

c) Réglage de la coïncidence grille-image suivant l'axe de modulation OY.

Ce réglage est fait en lumière polychromatique en jouant sur l'inclinaison du miroir objectif du monochromateur autour d'un axe parallèle à l'axe de dispersion. Au cours d'un mouvement d'inclinaison régulier, on observe la "figure de coïncidence" reproduite figure 48. Une figure de coïncidence assymétrique résulte d'un déréglage du type de ceux qui seront évoqués au paragraphe suivant.

d) Orientation de la grille dans son plan.

Si l'axe OX n'est pas parallèle à la direction de dispersion du monochromateur (ou, mais dans une moindre mesure,si la direction de vibration n'est pas parallèle à OY), la fonction de grille observée peut être dissymétrique (figure 49). Expliquons ce phénomène ; le graphique de réglage

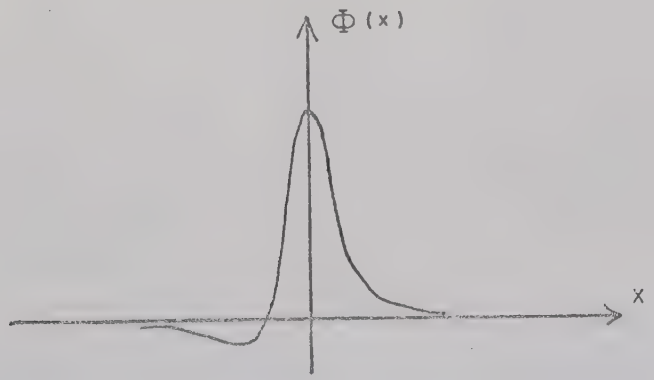


Schéma 49

de la coïncidence suivant OY (figure 48) est déformé, de sorte que la valeur moyenne choisie pour Y correspond à un point tel que P. Par balayage du spectre à partir du centre de la raie étudiée, on obtient une diminution de la modulation due à la disparition de la coïncidence suivant OX ; simultanément, la valeur de Y est modifiée, de sorte que P se déplace vers I ou J. Si P se déplace vers J, le flux détecté décroît rapidement et même sa phase peut changer (signal négatif !). Si P se déplace vers I et K, le flux détecté croît, puis reste longtemps important; mais le signal ne devient pas négatif car lorsque le point K est atteint, la coincidence en abscisses est détruite.

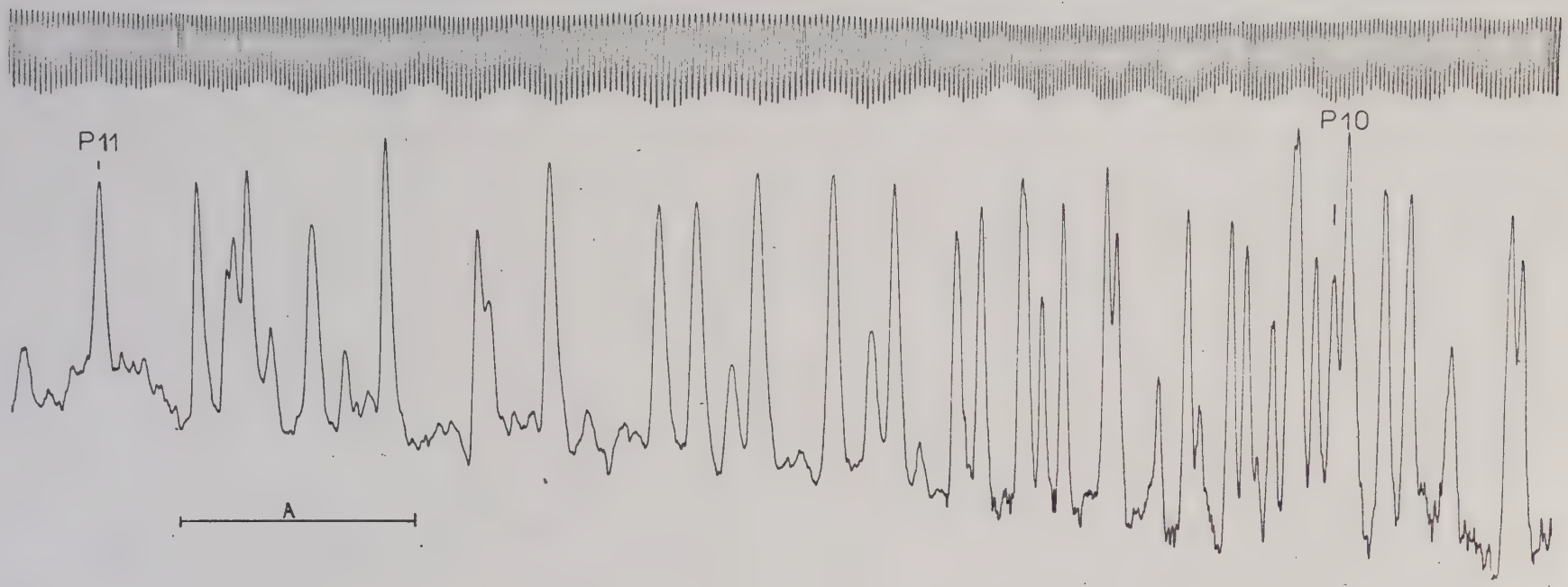
3) Résultats obtenus.

Deux grilles de finesses égales à 90 µm et 130 µm ont été essayées dans la région spectrale comprise entre 2 µm et 2,5 µm, sur les bandes d'absorption $\nu_2 + \nu_3$, $\nu_3 + \nu_4$ et $\nu_1 + \nu_4$ du méthane, et sur la bande $2 \rightarrow 0$ de l'oxyde de carbone.

A ces longueurs d'onde, le pas de 90 µm est égal au pouvoir séparateur de l'instrument.

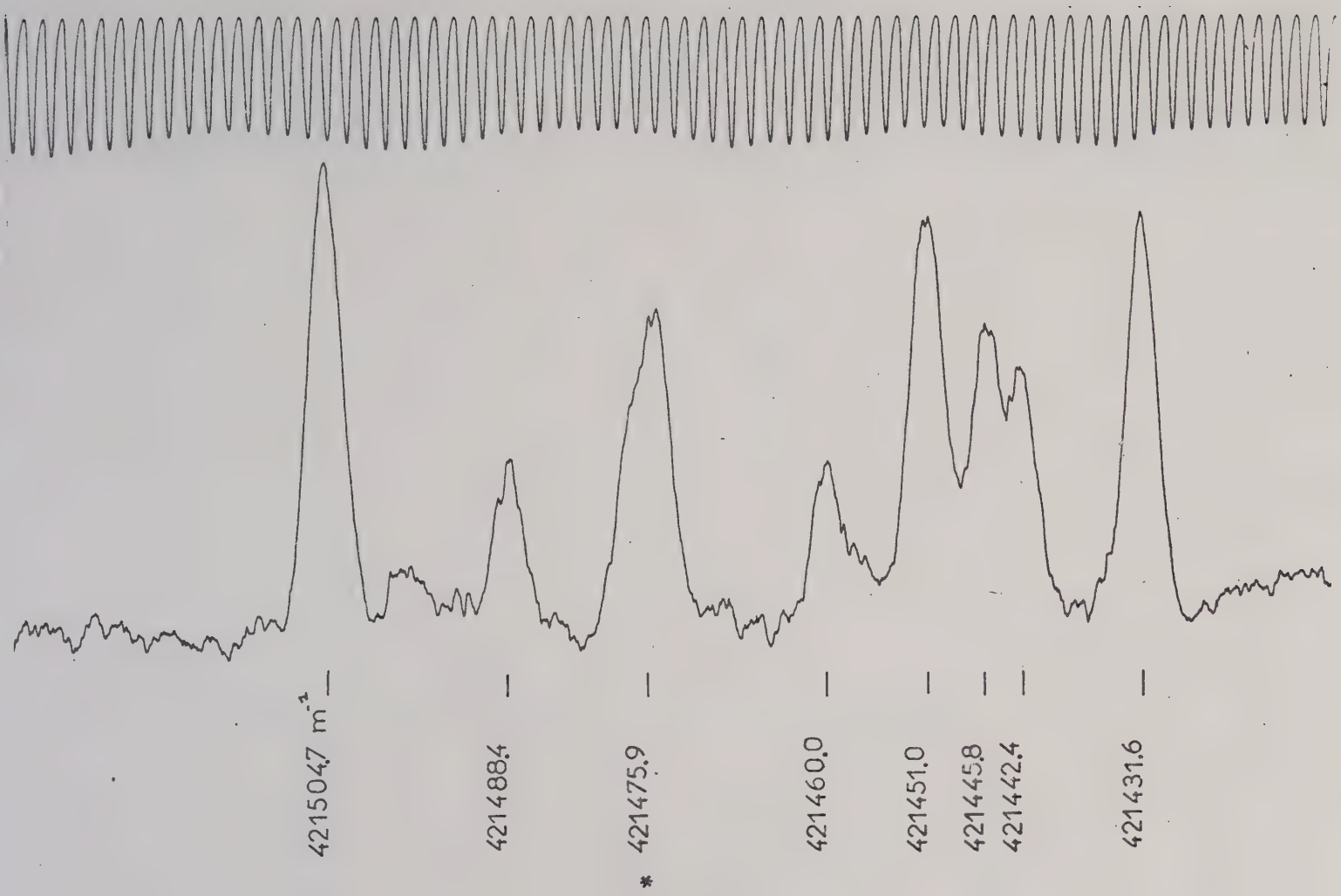
La grille de 130 µm permet d'obtenir des spectres de résolution très proche de ce que l'on peut théoriquement espérer. La figure 50 représente une partie de la branche Q de la bande $\nu_1 + \nu_4$ du méthane, tirée d'un enregistrement continu entre les régions des raies P_3(ν = 420185 m^{-1}) et R_2 (ν = 423440 m^{-1}). La figure 51 (extrait correspondant à la lettre A sur la figure 50) montre le pouvoir de résolution obtenu. La figure 52 représente la région voisine de R_0. Les enregistrements correspondant aux figures 51 et 52 ont duré cinq minutes chacun, avec une constante de temps d'intégration égale à 1 seconde. Les franges enregistrées simultanément sont produites par un dispositif d'interpolation interférométrique (35) l'interfrange correspond ici à $\Delta\nu$ = 1,6 m^{-1}. Le pouvoir de résolution obtenu est voisin de 200000.

En appendice nous présentons des spectres récents obtenus sur cet appareil: bandes $2\nu_3$ et $\nu_1 + \nu_3$ du SILANE (38) vers 430 000 m^{-1} et bande ν_3 du SILANE (39) vers 219 000 m^{-1}.



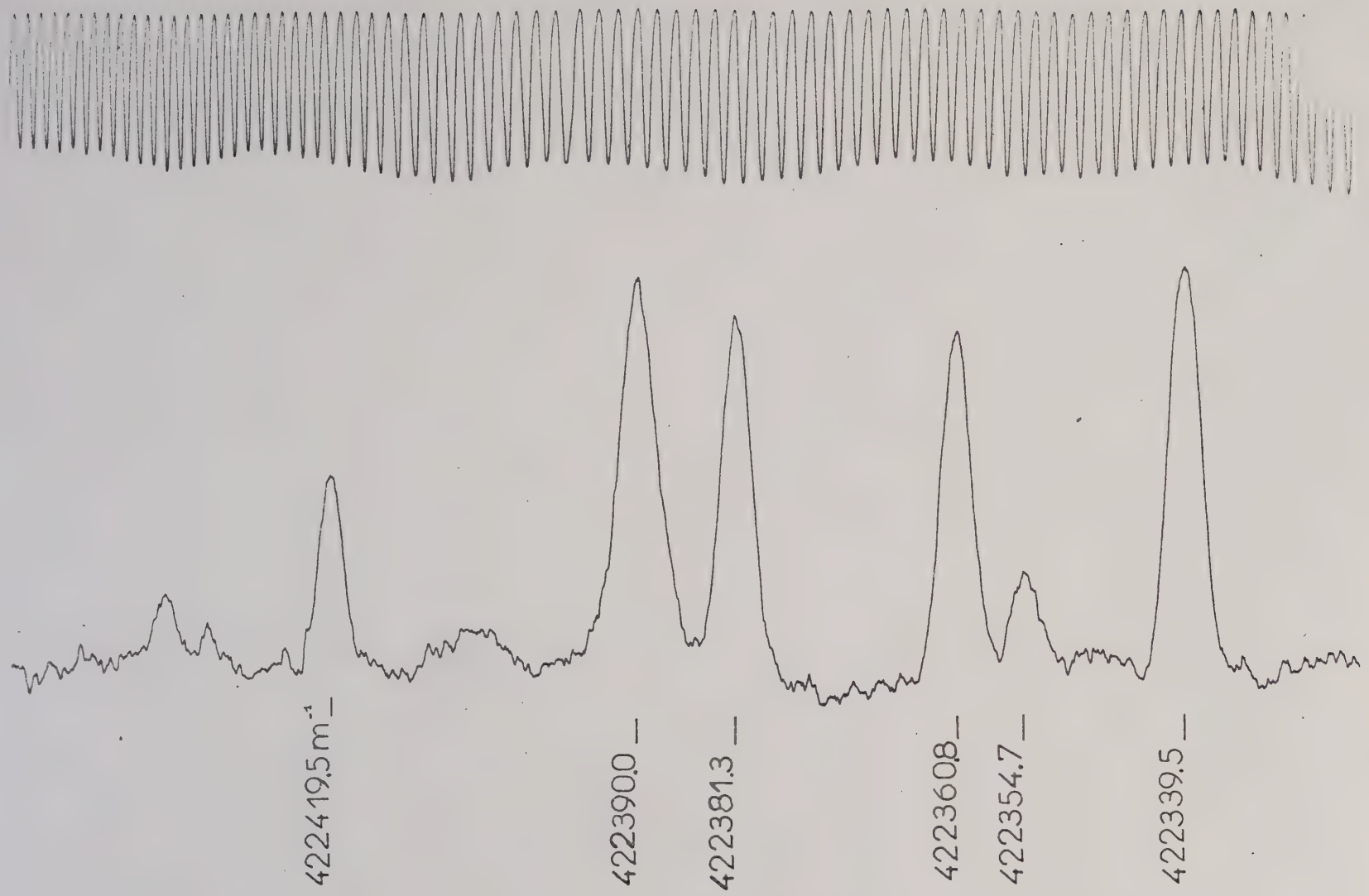
Partie de la branche Q de la bande $\nu_1 + \nu_4$ du méthane

Cliché 50



Partie A du cliché 50

Cliché 51



Région voisine de R_0 du spectre du méthane ($\nu_1 + \nu_4$)

Cliché 52

4) Conclusions :

Nous avons constaté que les grilles réalisées suivant ce procédé donnent en spectrométrie d'absorption dans le proche infrarouge des résultats supérieurs à ceux obtenus avec d'autres types de grilles.Un pouvoir résolvant égal à celui des meilleurs spectromètres à fentes existants est obtenu dans de de très bonnes conditions de luminosité.

B) GRILLES VIBRANT PARALLELEMENT A LA DIRECTION DE DISPERSION

I - INTRODUCTION

Les spectromètres à grilles présentent un avantage certain sur les spectromètres classiques du point de vue de leur luminosité. Ils ont pourtant un inconvénient important : ils sont équivalents à une fente de largeur fixe. Dans un spectromètre classique il est toujours possible de modifier la largeur des fentes,ce qui permet en particulier de faciliter les réglages des faisceaux lumineux, d'augmenter l'énergie reçue par le détecteur, et de modifier le pouvoir de résolution. Avec un spectromètre à grilles et en faisant vibrer les grilles perpendiculairement à la direction de dispersion,nous avons vu que les grilles étaient équivalentes à une fente de largeur fixe et égale à la largeur d'un élément des grilles. Nous allons voir maintenant qu'il est possible de concevoir un modèle dans lequel la fente équivalente n'a plus une largeur constante.

Après un bref rappel des résultats précédents nous montrons que si une grille vibre parallèlement à la direction de dispersion, cette grille est équivalente à une fente de largeur variable, inférieure ou égale à la largeur d'un élément.

Nous montrons ensuite que le calcul de telles grilles sur ordinateur est possible en utilisant une méthode voisine de celle développée précédemment. Nous vérifions que les résultats obtenus sont en accords avec les résultats théoriques fournis par la décomposition en série de Fourier du signal. Cependant les résultats obtenus montrent que cette technique

nécessite une déconvolution du signal réalisable ici de façon simple.

II - RAPPELS - VIBRATION PERPENDICULAIRE A LA DIRECTION DE DISPERSION

Si nous considérons deux éléments, de largeur b et de hauteur a (figure 31), le flux lumineux (proportionnel à leur surface commune) est nul lorsque leur distance est supérieure à b, sinon il est modulé. Le taux de modulation à la fréquence (2N), double de la fréquence de vibration d'un élément, dépend de l'amplitude ℓ de cette vibration et il est maximal, lorsque cette amplitude devient égale ou supérieure à a. Si l'on considère l'ensemble de la grille on obtient le signal global en faisant la somme des signaux relatifs à chaque élément. La décomposition en série de Fourier du signal (appendice A), à la coïncidence et à un coefficient de proportionnalité près est :

$$f(t) = \frac{2}{\pi} + \frac{4}{3\pi} \cos 2\omega t + \ldots + \frac{4(-1)^{k+1}}{\pi(2k-1)(2k+1)} \cos 2k\omega t$$

Lorsque le recouvrement n'est que partiel, il faut multiplier f(t) par une fonction triangle (conformément à la figure 31).

$$t(x) = -\frac{|x|}{b} + 1 \qquad \text{pour } |x| < b$$

$$t(x) = 0 \qquad \text{pour } |x| > b$$

III - VIBRATION PARALLELE A LA DIRECTION DE DISPERSION

Si nous considérons deux éléments (figure 55), le signal peut être nul, à la fréquence N ou à la fréquence 2N.

L'élément image est animé d'un double mouvement :

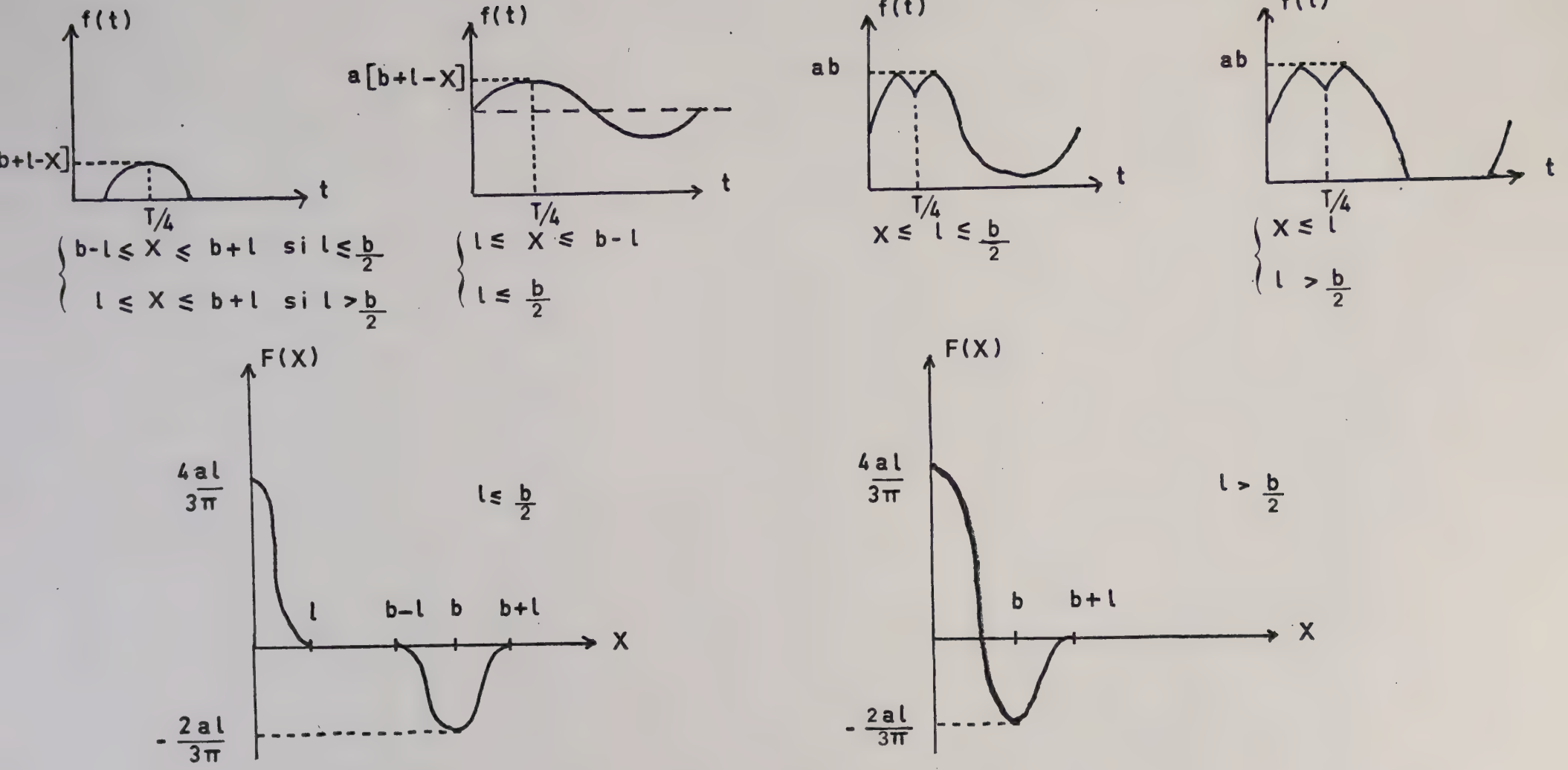
a) Translation par rapport à l'élément de la grille de sortie (due à la rotation du réseau) et en supposant cette rotation uniforme de la forme :

$$X = x_o + vt$$

b) Oscillation autour de la position moyenne X, à la fréquence N et avec une amplitude ℓ telle que :

$$x = X + \ell \cos 2\Pi Nt$$

Il faut distinguer deux cas suivant que ℓ est supérieur ou inférieur à la demi-largeur de fente. Si $\ell < b/2$ il existe un domaine, correspondant à un recouvrement X des deux éléments tel que $\ell < X < b - \ell$, pour lequel le signal est à la fréquence N. Dans les autres cas, il existe une composante du signal à la fréquence 2N (voir appendice B). Il est intéressant de noter que la largeur à mi-hauteur dépend de l'amplitude de vibration ℓ .



Fonction d'appareil de grilles vibrant parallèlement à la direction de dispersion.

Figure 55

Ainsi nous constatons que si l'on ne s'intéresse qu'à la composante à la fréquence 2N du signal,il existe un "pied" négatif (f et g en opposition de phase) égal à la moitié du signal. Ce pied arrive lorsque l'on se trouve à une distance égale à la largeur d'un élément par rapport à la coïncidence. Comme pour les grilles à vibration verticale,c'est le signal à la fréquence 2N qui a l'amplitude la plus grande.

La figure 55 nous permet de faire les remarques suivantes : si l'amplitude de vibration devient inférieure à la largeur de la fente b, la fente équivalente est de largeur ℓ. Il y a gain en résolution dès que $\ell < b$. Diminuer l'amplitude de vibration est équivalent à diminuer la largeur de fente dans un spectromètre classique. Nous constatons également que plus ℓ est petit,plus le taux de modulation s'affaiblit (tout comme avec une fente que l'on ferme) et plus le flux modulé à la fréquence N augmente.

IV - CALCUL DE GRILLES SUR ORDINATEUR

Les essais présentés ici ont été effectués sur des grilles de dimensions réduites (63, 360 et 1024 éléments seulement). Un essai avec une grille de 4000 éléments donne des résultats comparables.

Au départ le choix des éléments transparents et opaques par tirage au sort, conduit à un taux de modulation voisin de 25%, ce qui est logique. La fonction d'appareil obtenu est mauvaise, avec des pieds négatifs importants au voisinage de la coïncidence (figures 56 et 57). En agissant sur la fonction de qualité :

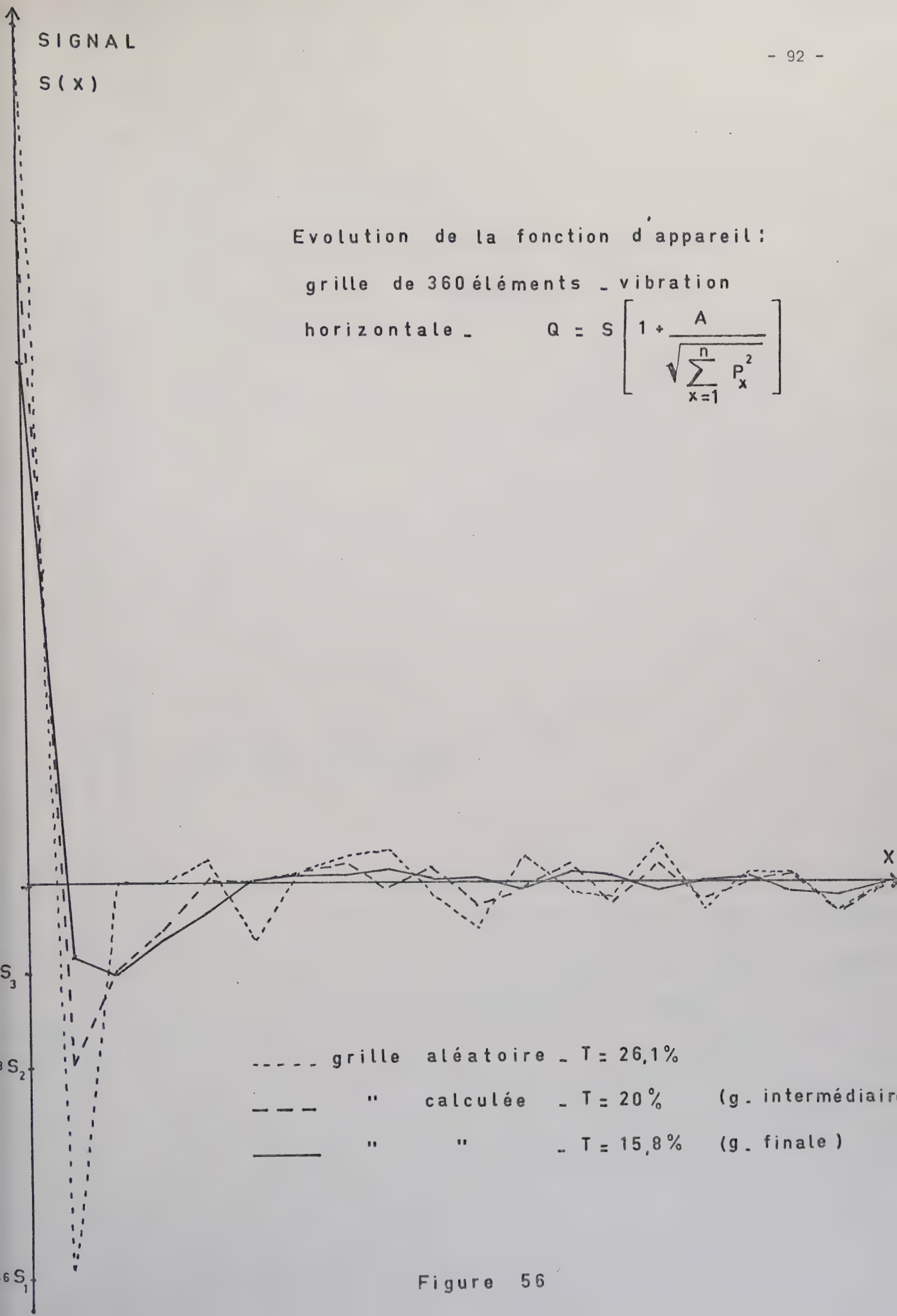
$$Q = S\left[1 + \frac{A}{\sqrt{\sum_{x=1}^{61} P_x^2}}\right]$$

SIGNAL

S(X)

Evolution de la fonction d'appareil :

grille de 360 éléments _ vibration horizontale _ $Q = S\left[1 + \frac{A}{\sqrt{\sum_{x=1}^{n} P_x^2}}\right]$

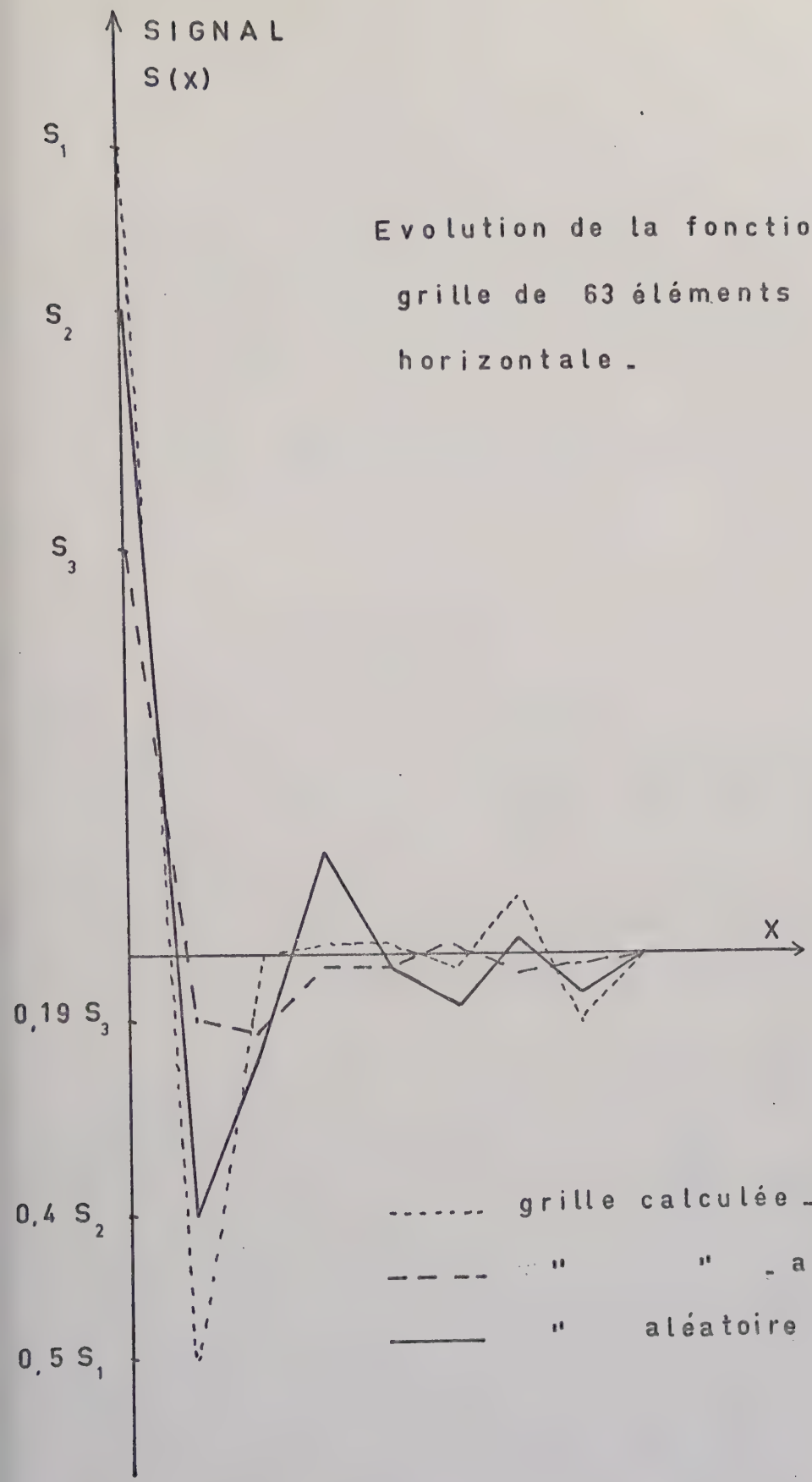


----- grille aléatoire _ T = 26,1 %

_ _ _ " calculée _ T = 20 % (g. intermédiair

_____ " " _ T = 15,8 % (g. finale)

Figure 56



Evolution de la fonction d'appareil

grille de 63 éléments - vibration horizontale -

------ grille calculée - Signal maximal - T = 39,6 %

– – – – " " - apodisation optimale - T = 20,6 %

——— " aléatoire - T = 31,7 %

Figure 57

on peut essayer d'améliorer l'apodisation proche en modifiant la constante A. On constate que signal et apodisation évoluent en sens inverse : plus on cherche à améliorer l'apodisation plus le signal s'affaiblit et inversement ; de plus le taux de modulation diminue et arrive en dessous de 15 % sans que l'apodisation soit suffisante (pieds supérieurs à 15% du signal). Ces résultats sont normaux vue la décomposition en série de Fourier obtenue lorsque l'on se trouve à une distance égale à un élément.

Nous avons alors modifié le facteur de qualité Q en prenant comme fonction d'appareil celle de la figure 58. Dans ce cas nous avons :

$$P_1 = - \frac{S}{2}$$

Ainsi nous posons :

$$Q = S \left[1 + \frac{A}{\sqrt{(P_1 + \frac{S}{2})^2 + \sum_{X=2}^{n} (P_x)^2}} \right]$$

Les résultats expérimentaux donnent alors une fonction d'appareil très voisine de la fonction théorique.(figure 58)

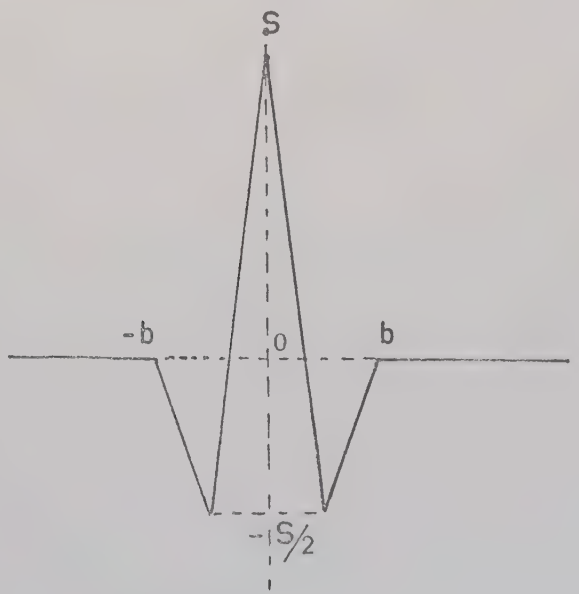
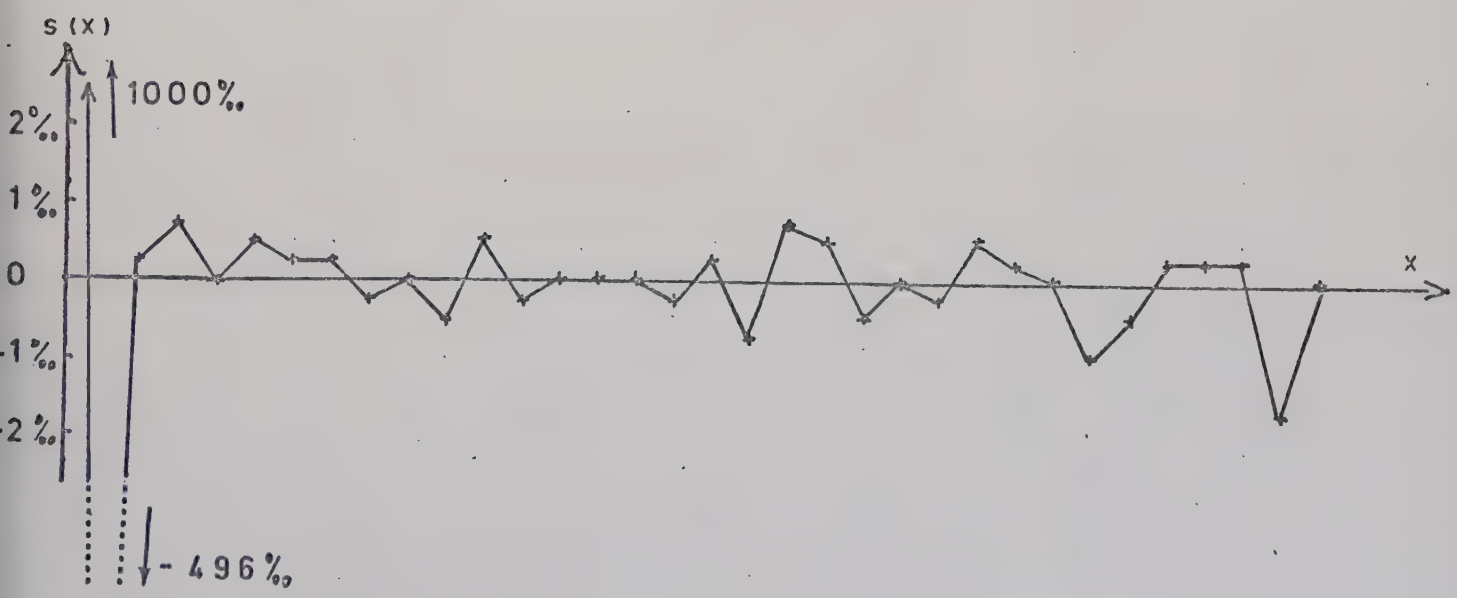


Figure 58

La figure 59 montre un exemple obtenu avec une grille, au départ aléatoire, de 1024 éléments et ayant un taux de modulation de 25 %. Avant correction la valeur quadratique moyenne des pieds est de 17,41 et le rapport signal / bruit de 29 .Après correction ,le taux de modulation devient égal à 26,2 %,la valeur quadratique moyenne des pieds est 2,03 et le rapport signal / bruit est 265 .

Les grilles présentées ici n'ont que peu d'éléments .Nous pouvons réaliser des grilles de plus de 100000 éléments, ayant un taux de modulation de 25 %, et avec une apodisation comparable à celle obtenue avec des grilles vibrant verticalement (environ 1‰ du signal utile).



Grille à vibration horizontale - T= 26,2%
E.Q.M.= 2,03

Figure 59

V - UTILISATION PRATIQUE DES GRILLES - DECONVOLUTION

La fonction d'appareil élémentaire est définie par le vecteur (0,0, ... a_1, a_2, a_3 ... 0, 0)

avec $a_1 = a_3 = -\frac{a_2}{2} = -S/2$

Supposons que nous ayons plusieurs éléments spectraux dont les intensités sont respectivement a_2, b_2, c_2, d_2 ... distants de ℓ. Le recouvrement des diverses fonctions d'appareil peut se représenter ainsi :

0	0	a_1	a_2	a_3	0	0		0
0	0	0	b_1	b_2	b_3	0		0
0	0	0	0	c_1	c_2	c_3	0	0
0				0	d_1	d_2	d_3	0
	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6		s_n

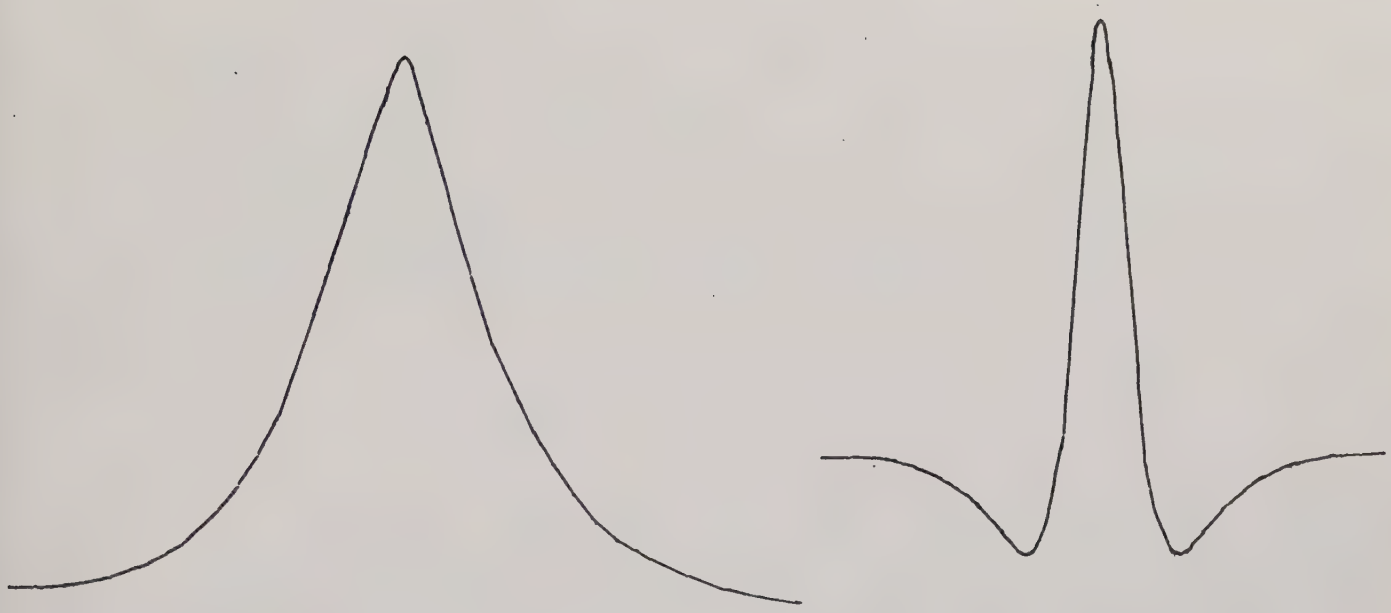
Les signaux mesurés sont s_i. Nous avons les équations

$$a_1 = s_1 \rightarrow a_2 = -2s_1$$
$$a_2 + b_1 = s_2 \rightarrow b_2 = -2(s_2 - a_2)$$
$$a_3 + b_2 + c_1 = s_3 \rightarrow c_2 = -2(s_3 - b_2 + a_{2/2})$$
$$b_3 + c_2 + d_1 = s_4 \rightarrow d_2 = -2(s_4 - c_2 + b_{2/2})$$

soit de manière générale $S_i = -2\left[s_i - S_{i-1} + \frac{S_{i-2}}{2}\right]$

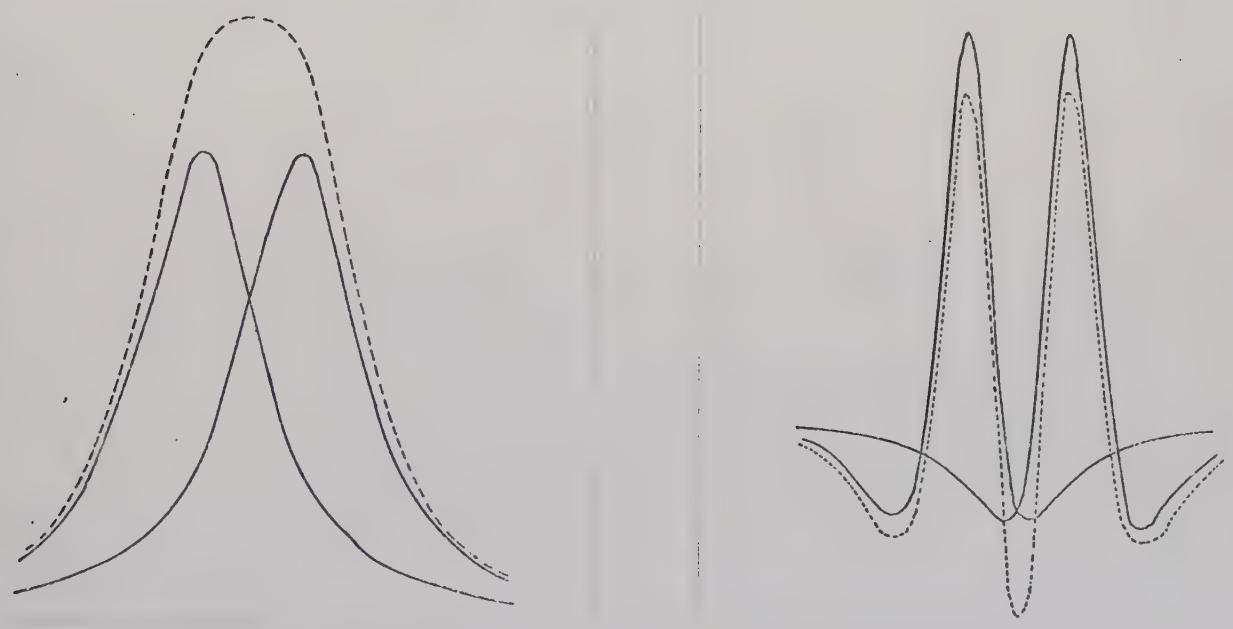
où s_i est le signal mesuré dans la position i

et S_i le signal calculé.



Profil Lorentzien Dérivée seconde

Fig. 58 b



Raies voisines et profil résultant

Dérivée sec. des raies (—) et du profil résultant (----)

Fig. 58 c

Avec cette relation la mesure de S_i est liée à la mesure des deux signaux précédents;en pratique ,si nous commettons une erreur importante sur les premières mesures,le calcul est faussé.On peut par contre,stocker les signaux s_i ,et en temps différé utiliser une méthode itérative:sortie d'un premier spectre $(S)_i$,calcul des signaux $(s)'_i$ correspondants,comparaison avec le spectre $(s)_i$ et nouveau calcul d'un spectre $(S)'_i$ .Ceci nécessite la liaison du spectromètre à un ordinateur.

VI - Double intégration du signal

Une autre méthode nous a été proposée par A. GIRARD (37):la dérivée seconde d'un profil Lorentzien,Gaussien ou de Voigt a les caractéristiques de la fonction d'appareil obtenue(fig. 58B).La largeur ,à mi-hauteur,de la dérivée seconde est d'environ le 1/3 de la largeur normale ,ce qui permet d'effectuer un pointé plus précis .De plus,dans le cas de 2 raies d'absorption voisines,cette méthode permet de séparer les deux composantes et de donner leur position avec précision(fig. 58C).Ainsi,dans notre cas,en utilisant un double intégrateur nous pourrions obtenir le spectre,tandis que le signal non intégré servirait pour effectuer le pointé précis des raies.

VII - CONCLUSIONS

L'avantage des grilles vibrant parallèlement à la direction de dispersion nous apparaît triple:

- grande luminosité par rapport au spectromètre à fentes
- taux de résolution variable
- pointé et séparation de raies voisines améliorés par rapport à une méthode classique .

QUATRIEME PARTIE

Adaptation de grilles sur un spectrographe

I - PRINCIPE

En Spectrographie classique la lumière issue d'une fente est dispersée par un prisme ou un réseau, puis est recueillie sur une plaque photographique. Dans le cas présent la fente du monochromateur est remplacée par une grille. La plaque photographique contient alors une série d'images de la grille pour chacune des longueurs d'onde contenues dans le faisceau lumineux. Le décodage consiste à retrouver les diverses images enregistrées sur la plaque en précisant pour chacune d'elles sa position et son intensité. Une étude directe a été effectuée par BOUCHAREINE (23) avec les grilles de GIRARD tout d'abord,puis avec les grilles que nous avons calculées. L'examen de la plaque photographique est fait ici à l'aide d'un microdensitomètre asservi à un ordinateur.

La plaque photographique nous a posé trois problèmes principaux lors de son utilisation dans cette expérience. Tout d'abord les grilles que nous utilisons sont basées sur le fait que l'on étudie la modulation d'un flux lumineux. Sur la plaque les éclairements observés ne sont pas proportionnels aux flux incidents et nous avons dû tenir compte de la réponse de cette plaque. Le second problème et le plus délicat à résoudre, a été de retrouver la position exacte de l'image de grille sur la plaque. A tout instant il faut pouvoir effectuer un contrôle du centrage de l'image et éventuellement le modifier. Le dernier problème, que nous avons déjà rencontré avec les spectromètres à grilles est le mauvais éclairement de la grille d'entrée d'une part et de ses images à travers l'instrument. Nous verrons que l'utilisation d'une plaque photographique permet d'éliminer presque totalement ce défaut.

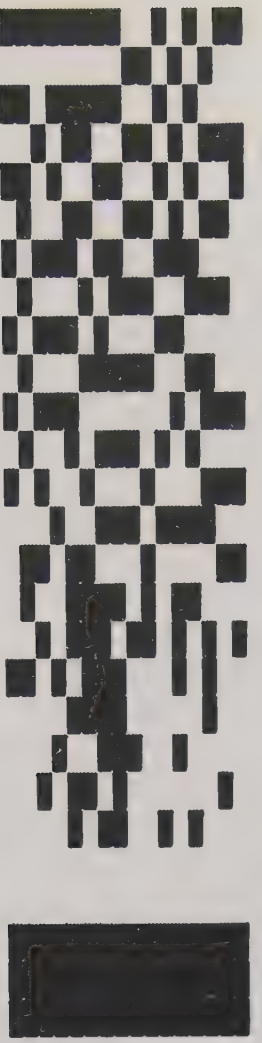
II - DIMENSION DES GRILLES

Le spectrographe ayant servi lors des vérifications expérimentales est habituellement utilisé en spectrographie RAMAN (36). Cet appareil présente un fort pouvoir dispersif, par contre l'étendue optique du faisceau réduite. Cet appareil peut recevoir sur sa fente d'entrée deux faisceaux lumineux : le faisceau de lumière diffusée par effet RAMAN et un faisceau d'étalonnage provenant d'une source à vapeur de thorium. C'est ce dernier faisceau que nous avons utilisé.

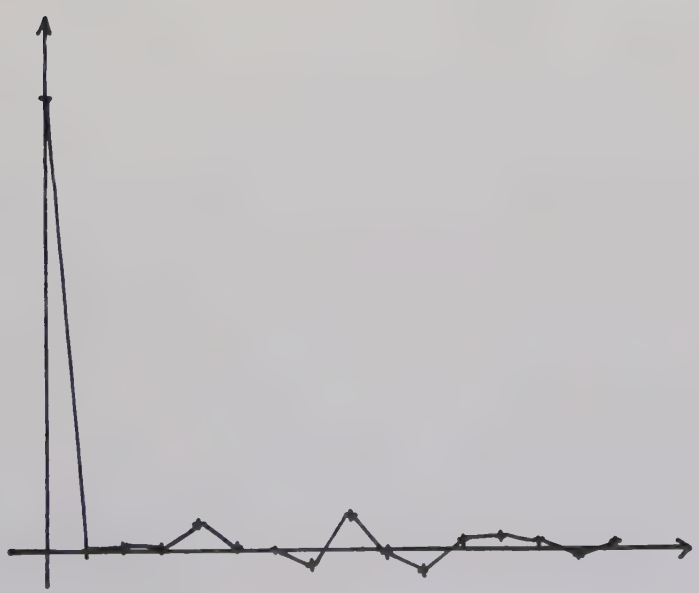
La hauteur utile de la fente d'entrée est de 2,5 mm et sa largeur ne peut dépasser quelques millimètres. Nous avons donc été obligé de nous contenter d'une grille de taille extrêmement réduite. La grille utilisée (figure 60) comporte 16 colonnes et 22 lignes ; 5 lignes supplémentaires sont réservées pour le repérage. La largeur d'une colonne est de 30 microns. La hauteur d'une ligne est de 100 microns. Il y a donc 352 éléments de 30 x 100 microns ; ceci est évidemment faible vis-à-vis des 100 000 éléments utilisés avec le spectromètre.

III - CODAGE DES GRILLES

La grille comportant un faible nombre d'éléments,il ne serait pas justifié de vouloir la construire par zones successives. Partant d'une grille complète,nous cherchons à l'améliorer. Pour construire la grille initiale nous utilisons un programme générant des nombres aléatoires (méthode itérative du type $Y_i = AY_{i-1} + B$). Les nombres obtenus sont normalisés entre 0 et 1 ; puis ceux qui sont inférieurs à 0,5 sont pris nuls et les autres égaux à 1. Lorsque la grille est remplie,nous calculons sa fonction d'appareil comme elle a été définie au chapitre II (paragraphe III-4)



Grille utilisée sur un spectrographe



Fonction d'appareil

Figure 60

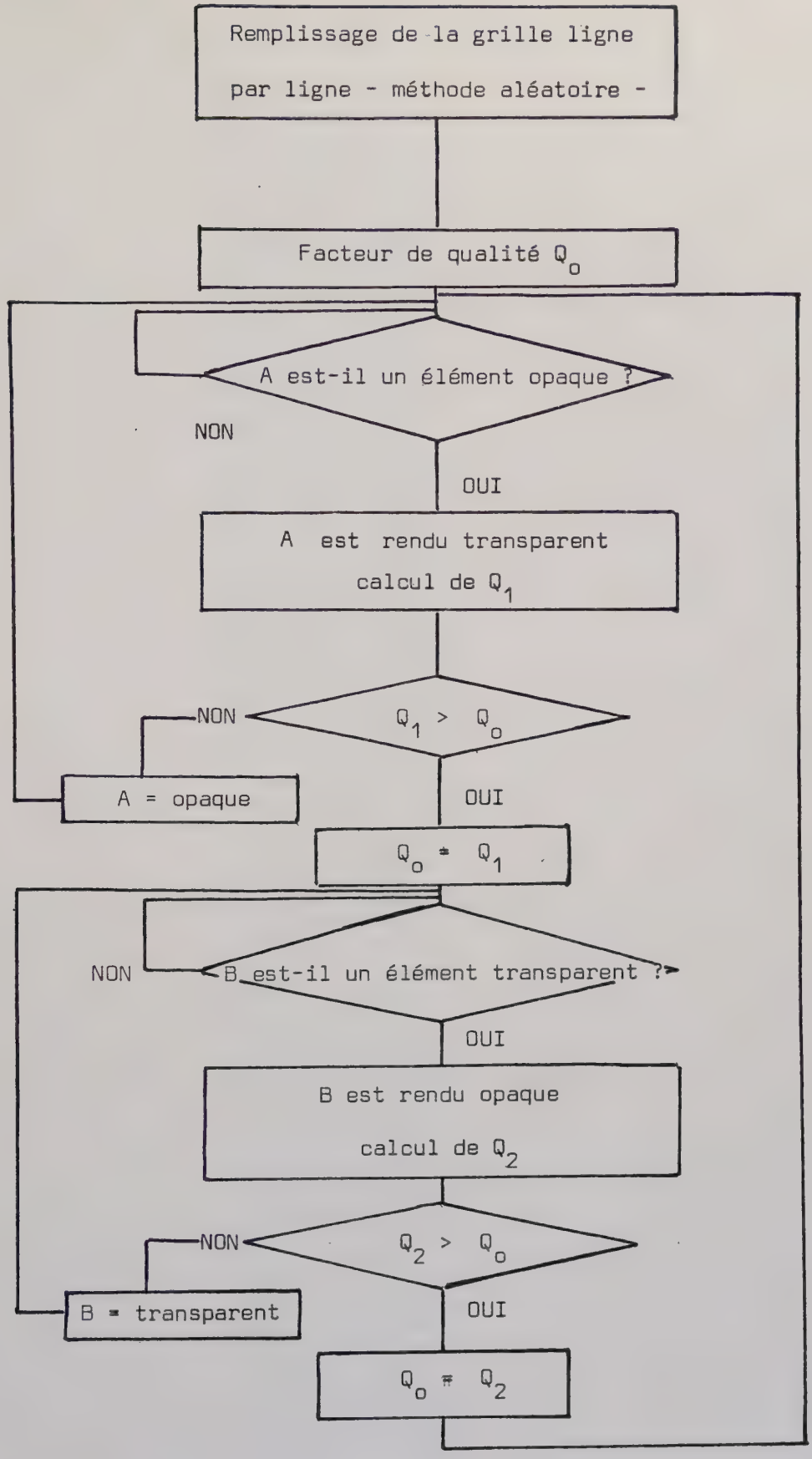


figure 61

Amélioration d'une grille .

0000000000000000
1111111100101011
0000000011010101
1101111100101010
0010010011010111
1101001100101001
0110010011010110
1011101100101001
0100010111001010
1011100000110100
0100001111101000
1011110000010111
0100001110101000
1010010001010011
0001001110110110
0110110001001001
1101001110110100
0000110001000001
1101000111001010
0010110000101100
1101001111010011
1010110000101000
1101101101010101
0010000110101010
0101111001100001
1010001100010000
0101110011001100
1000001100110010
0111110001001100
0100001111010001
1111110000101000
0000001111010111
1101110000101000
0110001101000011
0000110010010000
1100001101001000
0011110010100010
0110011001010111
1011000110001000
0000110001100010
1111111110000101
0100000000011000
1001111011100100
0010000100011011
1101111001100100
0010000110001000
0001011101010110
1111000010100001
0000111110010000
1001000001101010
0000000000000000

Fonction d'appareil:

642 / -2 / 0 / -1 / 1 / 1 / 0 / 0 / 0 / 1 / 1 / 2 / 0 / -1 / -1 / 1 /

GRILLE DE 784 ELEMENTS -TAUX DE MODULATION : 40,94%

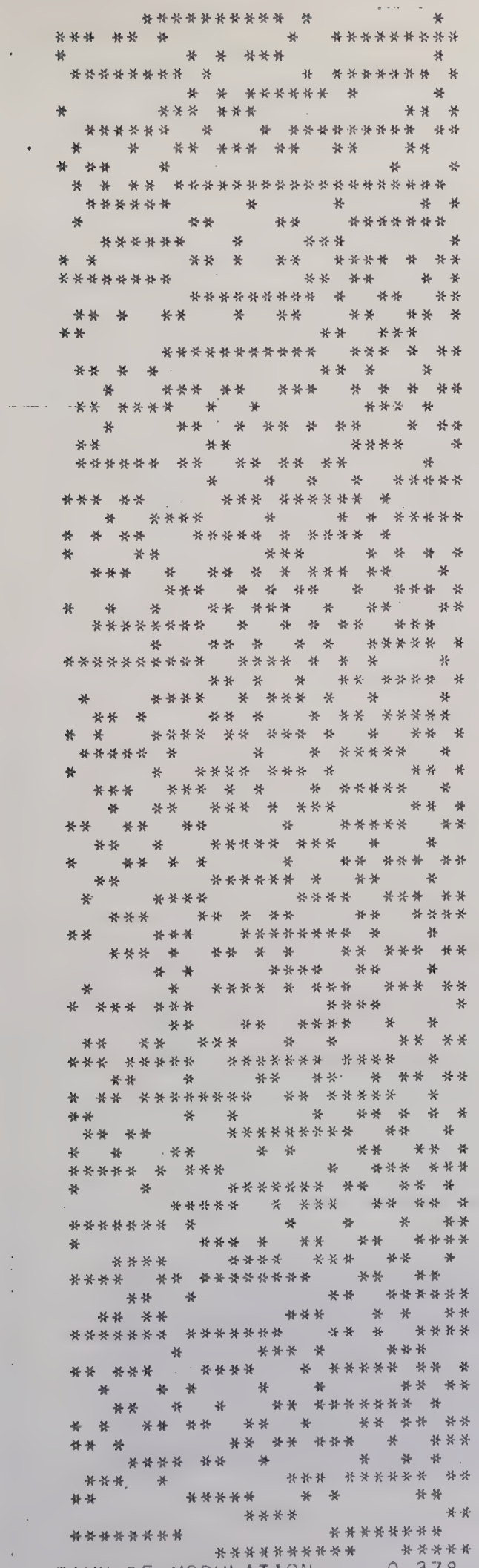
FIGURE 62

Nous définissons également un facteur de qualité Q_o qui tient compte du signal et de la valeur de la moyenne quadratique des pieds.

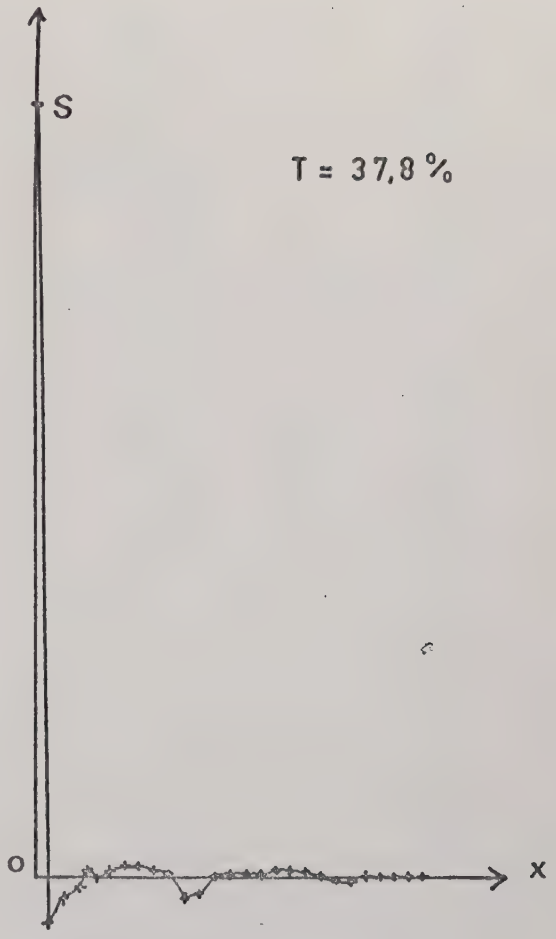
L'amélioration de cette grille consiste à effectuer des échanges de positions entre les éléments dits opaques (égaux à zéro) et les éléments dits transparents (égaux à 1). Le principe de calcul est représenté sur l'organigramme (figure 61). Il consiste à rechercher tout d'abord un élément opaque et à le rendre transparent. Si le nouveau facteur de qualité est moins bon que le précédent, on le rend à nouveau opaque et on recommence une nouvelle recherche d'élément opaque. Par contre, si la qualité s'est améliorée, on le laisse transparent, et on teste les autres éléments transparents jusqu'à ce que l'on en trouve un qui améliorerait encore la qualité si on le rendait opaque. Un jeu de clés permet à tout moment, de faire imprimer le facteur de qualité, la fonction d'appareil et la grille. La figure 62 montre un exemple de grille dissymétrique corrigée. La figure 63 représente une grille dissymétrique calculée par zones successives selon la méthode exposée au chapitre II. Cette dernière grille n'a pas été corrigée.

IV - REALISATION DE LA GRILLE ET ENREGISTREMENT DU SPECTRE

En dessous de la grille nous laissons deux lignes transparentes et ensuite trois lignes opaques. Celles - ci constituent la "bande pilote". C'est elle qui nous permettra, au moment de l'exploitation de la plaque photographique, d'effectuer un contrôle du centrage de la plaque. La grille ainsi obtenue est dessinée avec un fort grandissement (x100) sur une table traçante reliée à l'ordinateur (figure 60). Le dessin obtenu est réduit par photographie et il permet d'obtenir la grille finale par photogravure. Cette grille est accolée à la fente d'entrée du spectrographe, celle-ci étant largement ouverte. Les résultats présentés ici ont été obtenus en utilisant du plan film PLUS X, avec des temps d'exposition de l'ordre de la minute lorsque la source à vapeur de thorium a une puissance de 2 milliwatts.



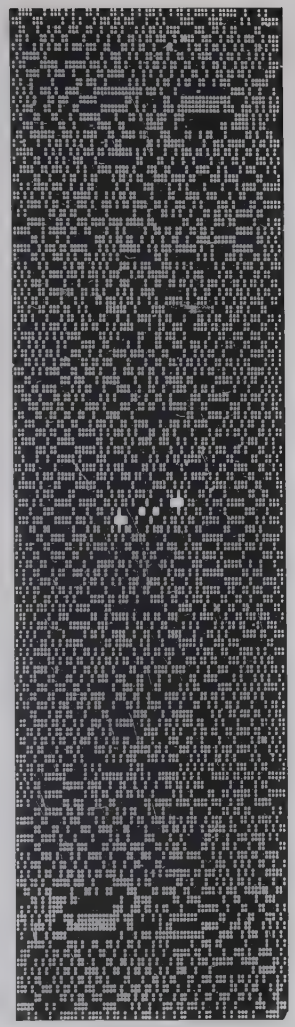
TAUX DE MODULATION 0.378

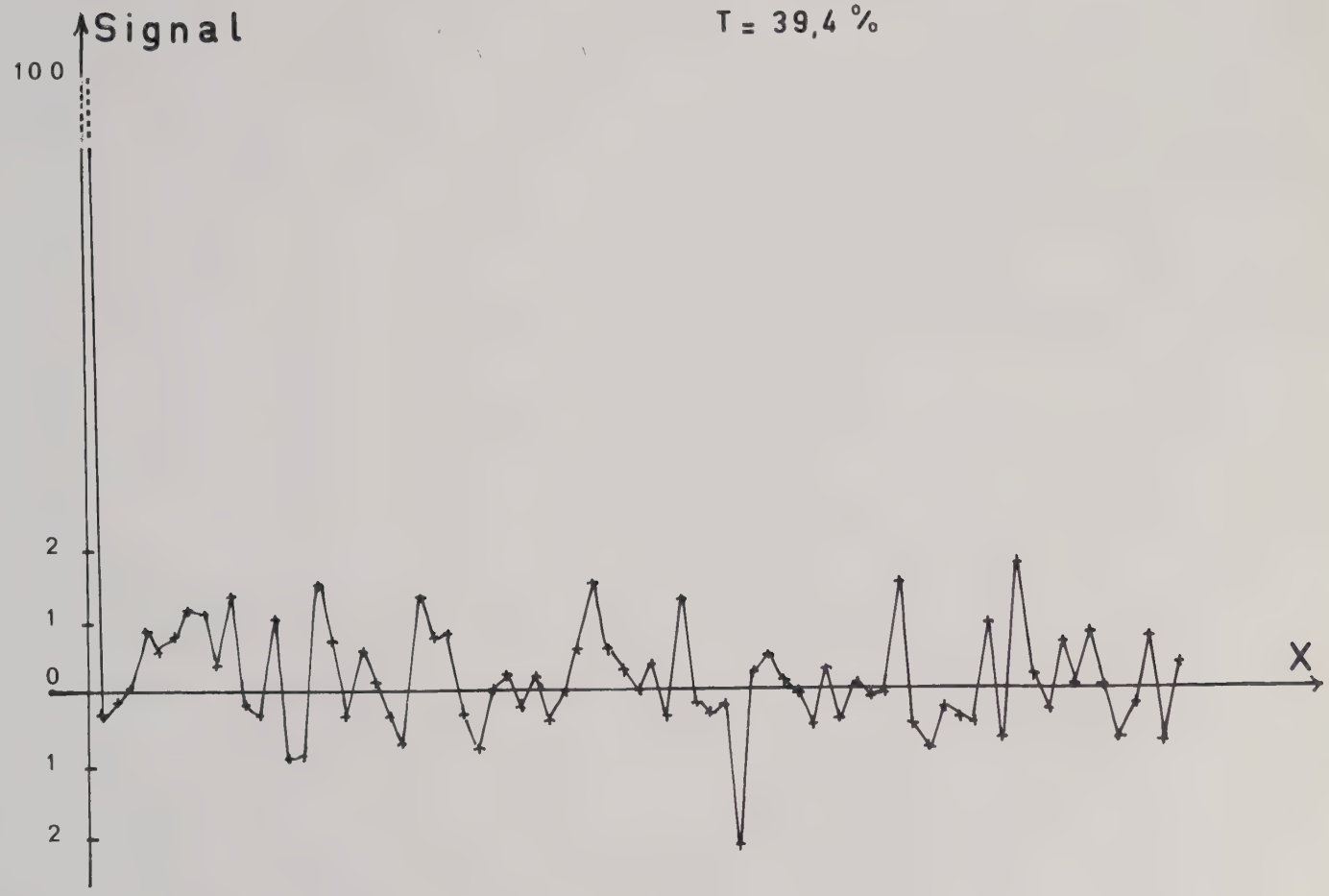


Grille dissymétrique 85x28

non corrigée

Figure 63





Grille symétrique non corrigée (115 x 38)

Calcul par zones rectangulaires _ Fig. 64

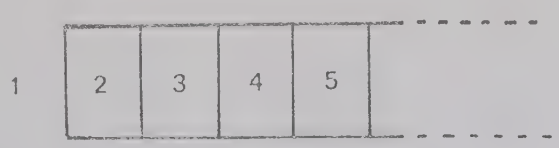
Avant développement nous étalonnons le film : une partie encore non impressionnée est recouverte d'un coin absorbant et est exposée à la lumière. Cette partie du film nous permettra par la suite de constituer une échelle de correspondance entre les flux reçus et les densités mesurées.

V - EXPLOITATION DE LA PLAQUE PHOTOGRAPHIQUE

Le cliché obtenu est étudié à l'aide d'un microdensitomètre. Celui-ci comporte une table pouvant se déplacer dans deux directions orthogonales Ox et Oy. Chacun de ces 2 déplacements peut se faire manuellement ou par l'intermédiaire de moteurs pas à pas. Une commande à distance des moteurs pas à pas a été réalisée à partir de l'ordinateur : choix du moteur d'une part, sens et vitesse de déplacement d'autre part grâce à une carte interface simple. Un code binaire est envoyé sur la carte et suivant ce code, une impulsion de largeur (20ms ou 5ms) et de hauteur (± 10 volts) convenables est envoyé sur le canal sélectionné.

Inversement le microdensitomètre envoie un signal (proportionnel à la densité optique) vers un convertisseur analogique - digital relié à l'ordinateur. Un interrupteur permet de commander l'ordinateur à distance en lui envoyant un signal (0 ou 9 volts) et nous permet d'effectuer un changement de phase de travail. Nous allons examiner les diverses phases de l'exploitation d'une plaque photographique dans l'ordre chronologique où elles arrivent.

1 - Réponse de la plaque photographique



Coin optique

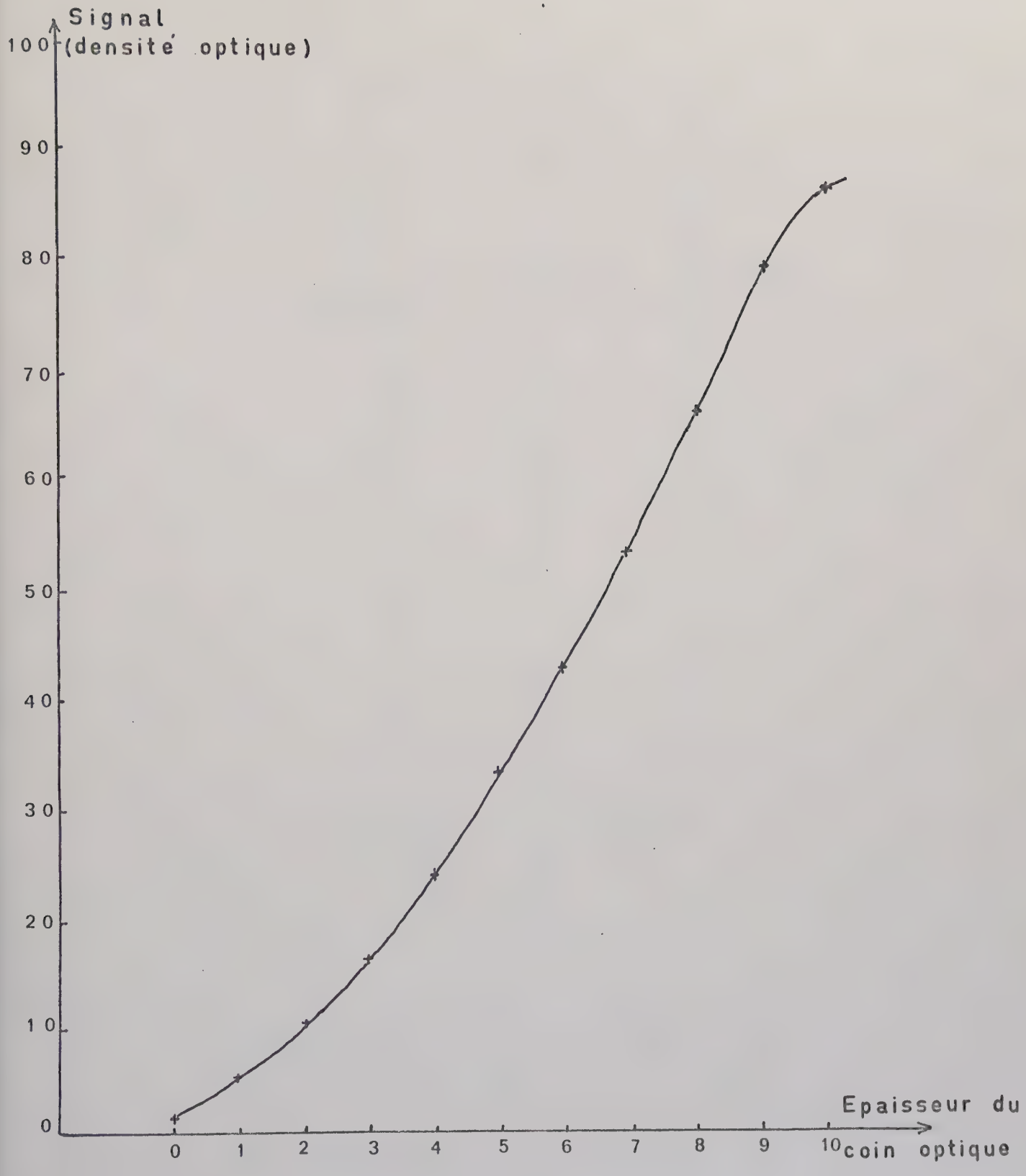
Schéma 65

Le coin utilisé est constitué par du papier calque, le nombre d'épaisseurs de calque traversées croît de 1 à 10. Un seul moteur suffit pour explorer cette partie de la plaque. A chaque numéro (figure 65) correspond un changement de phase : en 1 il y avait attente, de 1 à 2 avance, en 2 validation de la mesure ... On obtientainsi une courbe d'étalonnage (figure 66). Entre deux positions nous effectuons une interpolation linéaire. Lorsque l'échelle des densités est explorée, l'ordinateur se trouve dans une phase d'attente. Nous centrons alors la plaque photographique de façon que l'axe de dispersion du réseau (matérialisé sur la plaque par la bande pilote) soit aussi parallèle que possible à la direction Ox définie sur la table du microdensitomètre. La précision est bonne car cette bande a une vingtaine de centimètres de longueur.

2 - Hauteur et largeur d'un élément

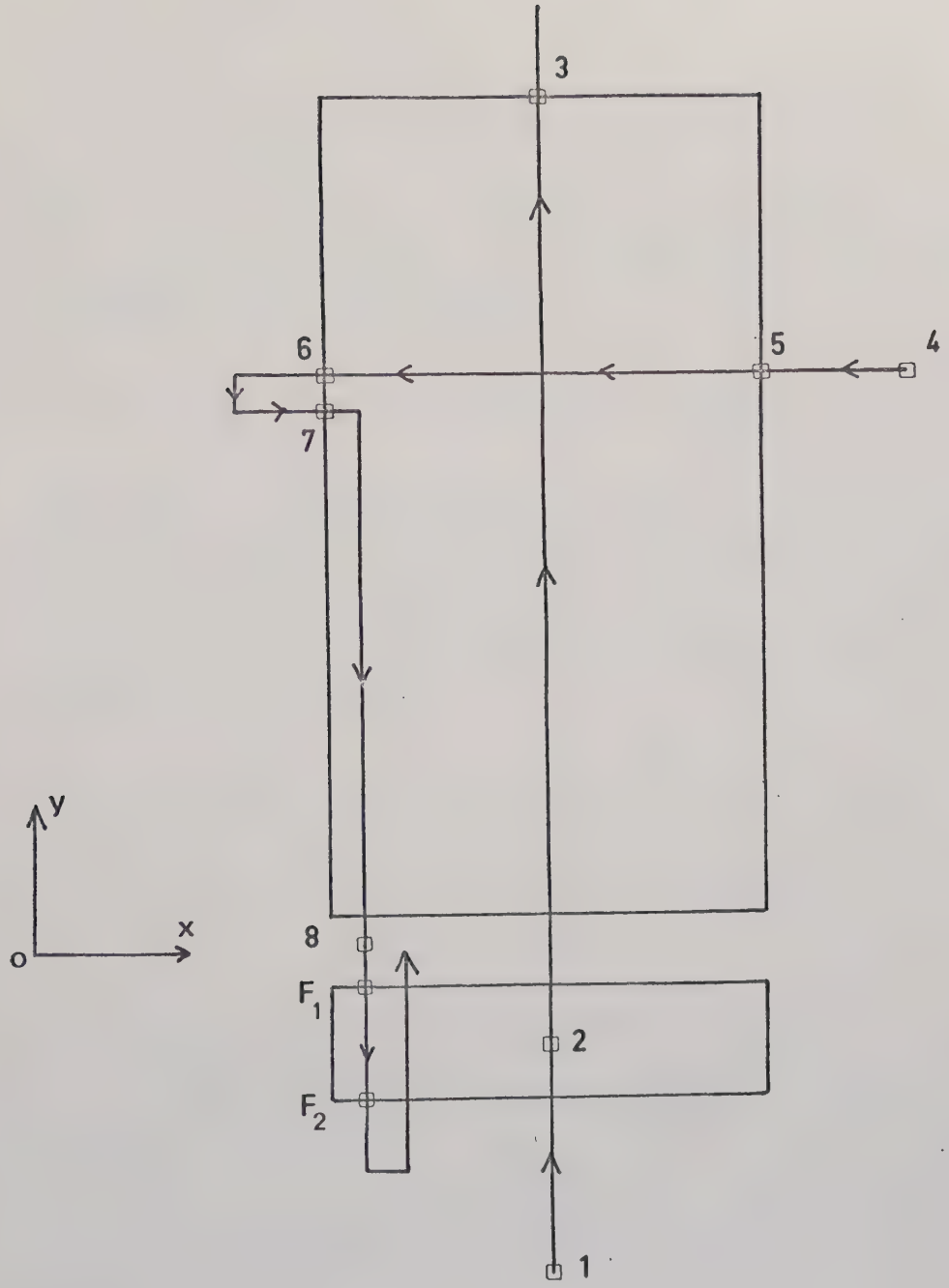
Pour pouvoir explorer le cliché correctement il nous faut connaître la hauteur et la largeur d'un élément sur le cliché, mesurer la densité du fond continu et celle de la bande pilote afin d'effectuer le centrage vertical (OY) de la plaque photographique. La technique présentée ici est longue et délicate mais c'est la seule qui nous ait donné des résultats corrects.

Le premier problème que nous avons dû résoudre est de s'affranchir du jeu des vis commandant les déplacements de la plaque photographique. A chaque impulsion envoyée par l'ordinateur, l'un des moteurs tourne d'un pas. Cette rotation n'entraîne véritablement la plaque photographique que si ce moteur a déjà effectué dans ce même sens un certain nombre de pas (au minimum une dizaine de façon à rattraper le jeu de la vis). Le chemin parcouru sur la plaque est représenté sur la figure 67. Il comporte 7 phases essentielles, chacune d'elles étant choisie de façon à ce que le jeu des vis n'intervienne pas. Deux positionnements manuels sont nécessaires, le premier en 1 et le second en 4 . Décrivons rapidement les principales phases :



Etalonnage d'une plaque photographique

Figure 66



Cadrage de la plaque photographique - Mesure de la hauteur et de la largeur d'un élément -

Schéma 67

- en 1 attente - ceci permet de se positionner sous la bande pilote - mesure de l'éclairement (m) du fond continu.

- en 2 mesure de l'éclairement (M) maximal au milieu de la bande pilote

- de 2 à 3 : mesure du nombre de pas dont doit tourner le moteur OY pour parcourir l'équivalent de n lignes sur la grille - ceci permet de calculer la hauteur d'un élément.

- 5 à 6 : mesure de la largeur d'un élément

Remarque : Aussi bien pour la mesure de la hauteur de la grille que de la largeur, on trouve un nombre entier de pas. Par contre, ramené à un élément ce nombre n'est qu'exceptionnellement entier. Pour tenir compte au mieux de ceci, le nombre de pas pour passer d'un élément à un autre n'est pas pris constant mais est tabulé.

- en 7 cadrage manuel au milieu de la première colonne

- en 8 mise en route de l'exploitation automatique.

3) Processus général de fonctionnement - Cadrages :

Le principe de fonctionnement utilisé ici consiste à effectuer une mesure de l'éclairement en chaque point de la plaque photographique : pour une valeur de la position d'abscisse X, Y varie d'une valeur Y_1 à une valeur Y_2 (exploration des éléments d'une colonne), puis X croît de la valeur correspondant à la largeur d'un élément, Y varie de Y_2 à Y_1, etc ...

Suivant l'axe des X aucun cadrage n'est effectué, et le jeu de la vis correspondante n'intervient pas.

Suivant l'axe OY il n'en est pas de même, pour deux raisons:
- nous n'avons rêglé la plaque photographique que manuellement

- nous demandons au moteur OY de fonctionner alternativement dans un sens et dans l'autre. Le réglage vertical est d'autant plus important que nous cherchons à simuler une vibration verticale de la grille, et il est nécessaire de mesurer les éclairements avec précision.

Une remarque s'impose dès maintenant : nous observons l'éclairement de chaque élément pris séparément, alors que dans le cas du spectromètre nous avions un éclairement global à travers toute la grille.

Nous constatons une perte d'énergie au niveau du récepteur : à un coefficient près elle est égale au rapport entre la hauteur d'un élément et la hauteur maximale que peut avoir une fente vue en entier dans le microdensitomètre. On peut d'ailleurs réduire cette perte en augmentant la hauteur des éléments. BOUCHAREINE (23) utilise mieux son récepteur, recevant à un instant donné le flux lumineux total relatif à une grille image.

Le cadrage vertical est fait de la façon suivante : nous définissons arbitrairement une frontière entre le fond continu de la plaque photographique et la bande pilote. Nous avons pris $f = m + \frac{(M - m) \times 10}{100}$ en donnant à m et M les mêmes significations que dans le paragraphe précédent (V-2)

Lorsque le moteur OY fonctionne dans le sens dit négatif et que l'on se trouve immédiatement en dessous de la grille l'ordinateur va effectuer un cadrage vertical.

Les diverses étapes de ce cadrage sont (figure 67) :

- recherche de la frontière supérieure F_1, puis inférieure F_2 de la bande pilote - comptage du nombre n de pas entre F_1 et F_2.

- descente "plus bas" et retour jusqu'en F_2 (sens positif du moteur OY) après compensation du jeu - mesure de la compensation de jeu.

- montée de n/2 pas, à partir de F_2.

On se trouve alors exactement au milieu de la bande pilote.

- exploration normale d'une colonne (sens OY positif) - nous n'avons pas prévu de cadrage au sommet de la grille et nous admettons que la compensation de jeu est constante.

- exploration d'une colonne (sens OY négatif)

- nouveau cadrage, etc ...

4) Grille de référence - Inégalités d'éclairement.

L'exploration de seize colonnes selon la méthode décrite précédemment permet l'enregistrement des flux lumineux relatifs aux divers éléments d'une grille. Nous choisissons, a priori, une grille peu intense, bien isolée des autres et pour laquelle la bande pilote est correctement visible. Cette grille constitue la grille de référence.

Pourquoi ce choix, alors que nous connaissons la grille théorique qui a permis la réalisation du spectre ? le tableau (figure 68) montre qu'il n'y a pas sur la plaque photographique deux sortes d'éléments (transparents et opaques).

L'éclairement d'un élément dépend essentiellement de celui de ses voisins : nous pouvons plutôt parler de zones sombres et de zones claires. Un élément - en théorie transparent - au milieu d'éléments opaques peut en pratique, l'être moins qu'un élément opaque, mais isolé.

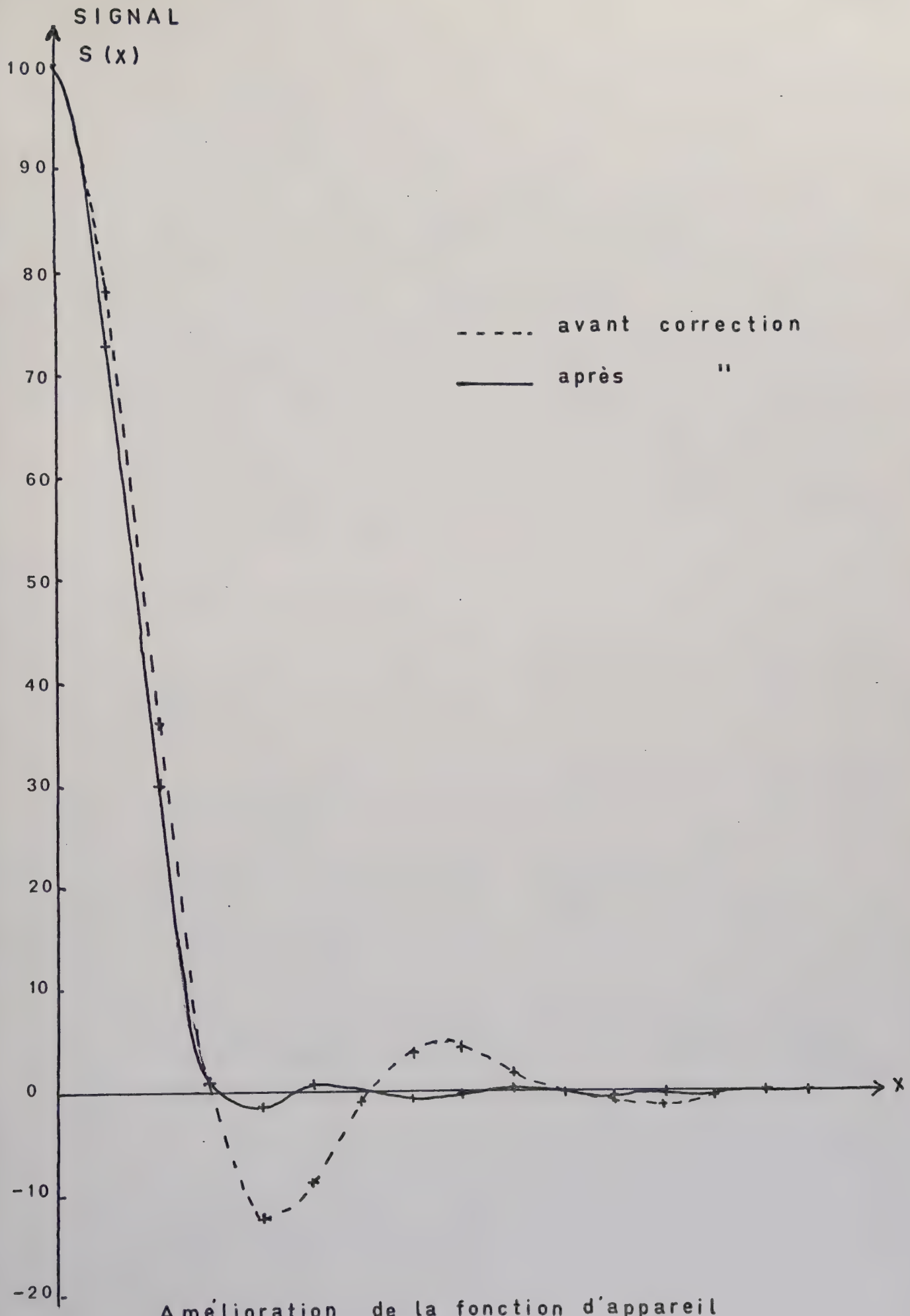
5) Fonction d'appareil :

Une grille ayant été choisie comme grille de référence, nous la faisons "vibrer" artificiellement sur elle-même de la hauteur d'un élément et nous en déduisons une fonction d'appareil expérimentale. Cette méthode permet de tenir compte de toutes les inégalités d'éclairements réellement observées (figure 69).

22	0	29	17	12	21	27	15	21	0	22	23	21	1	5	4
3	0	16	0	12	12	26	14	35	39	25	18	25	19	9	11
10	14	6	1	10	26	22	25	35	36	33	25	30	37	48	42
27	27	25	36	33	35	30	61	78	82	85	71	72	99	67	56
77	120	124	127	118	148	135	136	165	207	213	202	133	115	111	96
134	188	210	197	194	210	215	212	189	141	163	130	148	105	73	61
84	99	152	145	157	160	146	147	173	194	206	206	183	136	136	110
100	166	161	183	198	227	229	292	253	280	225	177	165	153	96	89
210	259	221	161	143	141	178	166	191	230	287	302	210	190	166	118
100	94	110	108	122	184	236	271	235	203	195	159	166	136	83	80
199	228	145	125	99	103	135	133	146	116	124	95	92	130	103	117
203	306	368	362	258	282	267	338	280	230	162	141	118	108	105	79
196	218	196	155	148	131	169	169	216	268	266	294	253	288	350	240
106	114	150	143	112	177	228	339	300	318	230	191	251	295	286	224
75	111	114	156	199	294	293	289	359	399	381	341	195	139	138	136
93	129	126	133	191	267	378	388	322	231	194	169	193	238	284	229
196	322	371	337	210	167	155	151	186	250	336	328	226	188	194	149
141	159	184	173	207	235	333	426	409	375	289	216	217	284	334	320
207	311	382	367	261	209	185	184	208	257	338	353	271	205	155	101
18	35	48	31	56	42	21	31	28	41	47	33	57	35	23	7

FLUX LUMINEUX MESURES PAR LE MICRODENSITOMETRE SUR UNE IMAGE MONOCHROMATIQUE

TABLEAU 68



Amélioration de la fonction d'appareil

Figure 69

Nous avons essayé d'améliorer la fonction d'appareil obtenue. Pour cela nous avons fait l'hypothèse suivante : les mesures d'éclairement sont toutes entachées d'erreurs expérimentales dues au fait que, au moment où l'ordinateur valide une mesure, on ne pointe pas exactement un élément dans sa totalité (défaut de centrage). Pour cela, nous convenons de modifier les éclairements - en commençant par les plus importants - en les multipliant par un facteur compris entre 0,95 et 1,05. Obtenant ainsi les 3 facteurs de qualité, nous choisissons le meilleur, ce qui conduit à renforcer certains éclairements et en diminuer d'autres. C'est une méthode facile à mettre en oeuvre, et elle permet d'améliorer de façon très sensible la fonction d'appareil (figure 69). Le tableau (figure 70) montre l'évolution de la fonction d'appareil en fonction du nombre de points modifiés (grille de 352 éléments). On constate que la fonction d'appareil s'affine légèrement et que les pieds s'atténuent.

6 - Exploration du cliché :

Rappelons qu'après avoir étudié la réponse de la plaque photographique, nous avons enregistré les éclairements d'une grille choisie comme grille de référence.

Si l'on n'intervient pas, l'exploration de la plaque photographique se fait de façon automatique :

- enregistrement des éclairements (voir paragraphe V.8)
- calcul de la modulation
- stockage du résultat et dessin du spectre sur table traçante
- nouvel enregistrement...

On peut explorer une région quelconque de la plaque photographique à condition de demander une interruption durant la phase de recherche de la bande pilote.

Une remarque doit être faite au sujet de cette bande pilote. Elle aurait pu être constituée par un trait continu d'un bout à l'autre de la plaque - éclairage de cette bande en lumière blanche - En pratique, pour des raisons de commodité nous avons utilisé la source à vapeur de thoriu

Nombre de points modifiés: 0 Fonction d'appareil : 100.00 / 77.90 / 36.20 / 1.30 / -12.10 / -8.90 / -1.20 / 3.70 / 4.10 / 1.50 / -0.10 / -1.10 / -1.30 / -0.60 / -0.30 / -0.10 /
Nombre de points modifiés: 36 Fonction d'appareil : 100.00 / 76.90 / 37.80 / 6.50 / -4.30 / -2.20 / 0.90 / 2.40 / 1.90 / 1.20 / -0.10 / -0.60 / -0.80 / -0.60 / -0.30 / -0.10 /
Nombre de points modifiés: 88 Fonction d'appareil : 100.00 / 74.90 / 32.30 / 2.70 / -2.40 / 0.70 / 1.60 / 0.00 / -0.50 / -0.50 / -0.50 / -0.10 / -0.20 / -0.30 / -0.20 / -0.10 /
Nombre de points modifiés: 125 Fonction d'appareil : 100.00 / 73.70 / 30.20 / 0.90 / -3.00 / -0.10 / 0.40 / -0.70 / -0.30 / 0.20 / 0.10 / -0.10 / 0.00 / -0.30 / -0.20 / -0.10 /
Nombre de points modifiés: 237 Fonction d'appareil : 100.00 / 73.20 / 29.70 / 1.00 / -1.70 / 0.70 / 0.20 / -0.70 / -0.10 / 0.30 / -0.20 / -0.40 / 0.00 / -0.20 / 0.00 / -0.10 /

EVOLUTION DE LA FONCTION D'APPAREIL EN FONCTION DU NOMBRE DE POINTS MODIFIES.

TABLEAU 70

couvrant à la fois la grille et cette bande pilote. Comme la source n'a pas un spectre continu,la bande n'est parfaitement visible que là où se trouvent des images de grilles. Ailleurs la bande est diffuse et discontinue. Elle s'est cependant révélée suffisante pour maintenir un réglage vertical parfait.

Lorsque cette bande est trop peu visible,c'est-à-dire lorsque l'éclairement mesuré reste inférieur à l'éclairement f de la frontière définie au paragraphe V-3 , alors une procédure de cadrage intervient :

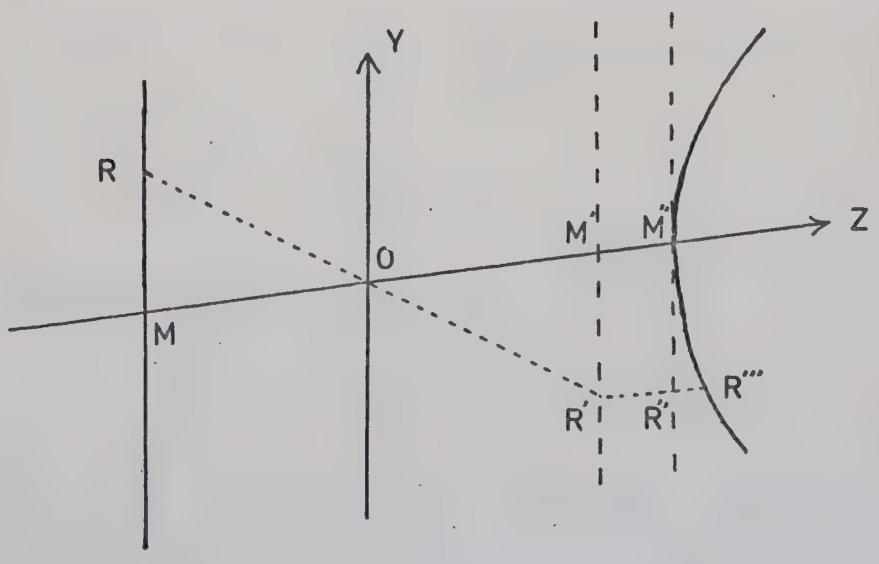
- recherche de f pendant un certain nombre de pas (l'équivalent de 4 lignes sur la plaque)

- compensation du jeu par comparaison avec les mesures précédentes.

- retour automatique à l'endroit où a commencé la recherche de f.

En pratique nous avons constaté que cette méthode donne de bons résultats même avec des discontinuités de plusieurs centimètres dans la bande pilote.

7) Influence de la distorsion due au réseau :



Distorsion due au réseau

Figure 71

Dans le plan de la fente d'entrée (figure 71), soient OY et OZ respectivement parallèle et perpendiculaire aux traits du réseau. Supposons que les colonnes de la grille soient parallèles à OY. La dispersion introduite par le réseau n'est pas linéaire. Si O est le point autocollimateur relatif à une longueur d'onde λ, il vérifie

$$a(\sin i_o + \sin i'_o) = 2a \sin i_o = k \lambda$$

L'image d'un élément M - M appartenant à OZ - n'est pas en M' mais en M" telle que

$$M'M'' = \frac{OM^2}{f} \operatorname{tg} i_o$$

en appelant f la distance focale du monochromateur et i_o l'angle d'incidence sur le réseau.

Soit un point R appartenant à la même colonne que M mais non situé sur OZ, son image subit tout d'abord une dispersion non linéaire qui amène son image en R" et non en R'. Elle subit de plus une distorsion :

$$R''R''' = \frac{K \lambda (MR)^2}{2f\ a \cos i'_o}$$

en appelant i'_o l'angle de réflexion sur le réseau (33).

Dans le cas d'un spectromètre à une seule grille, i_o est égal à i'_o si bien que :

$$R''R''' = \frac{(MR)^2}{f} \operatorname{tg} i_o$$

et le déplacement global de l'image est :

$$R'R''' = \rho^2 \frac{\operatorname{tg} i_o}{f} \quad \text{en posant} \quad \rho = OR$$

Dans le cas d'un spectrographe la condition $i_o = i'_o$ n'est plus vérifiée. La non-linéarité du réseau n'est pas un obstacle : il suffit d'étalonner les spectres. Par contre la distorsion entraîne une modification de la courbure des colonnes de la grille, que l'on peut écrire :

$$R''R''' = \frac{\sin i_o + \sin i'_o}{2f \cos i'_o} (MR)^2$$

Calculons les valeurs numériques extrêmes de la modification de la courbure des colonnes lorsque l'on se déplace d'un bout à l'autre de la plaque photographique:

- distance entre la grille d'entrée et la trace des grilles de sortie : $2MR \simeq 150$ mm

- hauteur d'une colonne sur la grille de sortie

$$\Delta MR \simeq 2,5 \text{ mm}$$

- focale du monochromateur

$$f = 8000 \text{ mm}$$

- angle d'incidence sur le réseau

$$i_o = 63° 25'$$

- longueur de la plaque photographique : 500 mm environ.

La variation angulaire de l'angle de réflexion i'_o est donc telle que

$$tg(\delta i'_o) = 3,125.10^{-3} \text{ rd}$$

soit $\delta i'_o \simeq 1° 48'$

$61° 37' < i'_o < 65° 13'$

soit $\Delta(R''R''')_{61°37'} = 0,0875$ mm

$\Delta(R''R''')_{65°13'} = 0,1005$ mm

L'écart (écart de courbure entre deux colonnes) est donc de 13 microns entre les bords extrêmes de la plaque photographique. En pratique nous nous sommes limités à des plaques photographiques d'une vingtaine de centimètres, et la largeur des éléments est de l'ordre de 30 microns. Dans les conditions de l'expérience (faible hauteur des colonnes),nous admettons que la courbure des colonnes est constante.

8) Enregistrement du spectre - Exploitation linéaire

Le système fonctionne en temps réel, les mesures étant immédiatement décodées. Nous ne sommes ici limitésque par la rapidité des moteurs pas à pas du microdensitomètre. Le principe du stockage des informations est le suivant :

- exploration de la plaque photographique de bas en haut (Y croissant),puis de haut en bas (Y décroissant),une colonne sur deux.

- remplissage d'un tableau comportant autant de colonnes qu'il y a de colonnes sur la grille - toutes les mesures étant corrigées pour tenir compte de la non-linéarité de la plaque.
- "redressement" d'une colonne sur deux (figure 72)

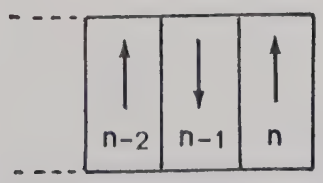


Figure 72

- en début de travail toutes les colonnes sont mises à zéro et l'on remplit la nième colonne de bas en haut - calcul de la modulation correspondante en utilisant la grille de référence - remplissage de la $(n-i)^{ième}$ colonne de haut en bas - calcul etc ...

Lorsque toutes les colonnes sont garnies, la nouvelle série de mesures remplace la série la plus ancienne du tableau. Le calcul se fait donc rapidement puisqu'il n'y a aucune rotation des éléments du tableau.

Un spectre obtenu par ce procédé est présenté sur la figure 73. La largeur mesurée d'une raie est de 0.09 cm^{-1}, alors que la largeur naturelle n'est que de 0.08 cm^{-1}. A cette largeur correspond un déplacement du moteur OX d'environ 40 pas. La précision sur l'avance des moteurs est donc suffisante. Par contre le déplacement correspondant à la largeur d'une colonne est de l'ordre de 10 pas. Les pointés de raies sont entachés d'une erreur de 0.02 cm^{-1}. La méthode utilisée ici est linéaire et permet de décoder deux raies distantes de 0.02 cm^{-1}.

9 - Exploitation quadratique des résultats.

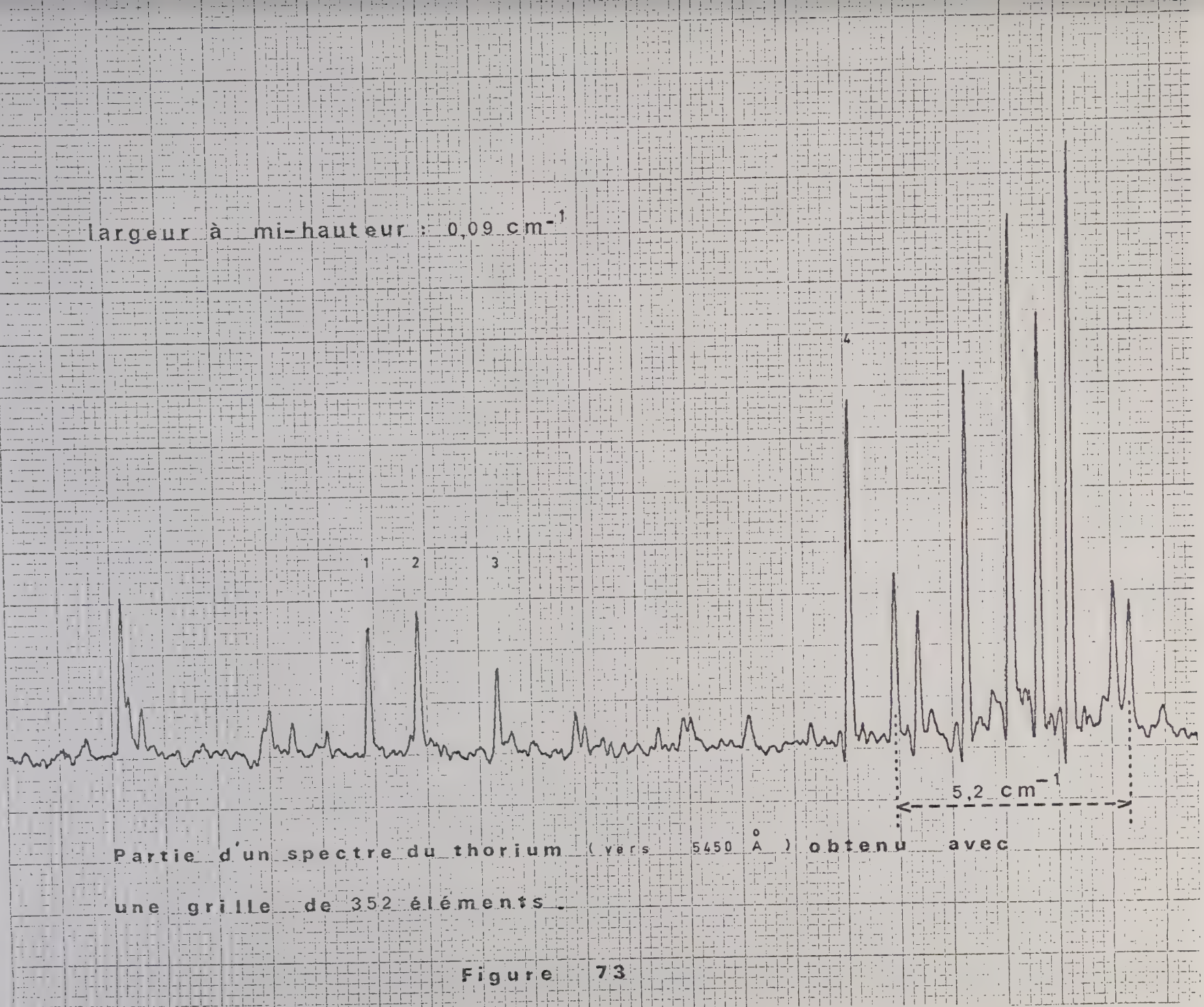
La figure 74 nous montre le même spectre obtenu avec une fente, en utilisant le microdensitomètre de manière classique. La comparaison des spectres (figures 72 et 73) montre que notre méthode est moins bonne que la méthode classique. Ceci est normal. La grille utilisée ici est trop petite (352 éléments) et le flux total transmis est comparable à celui d'une fente.

Nous avons cherché à comparer les grilles en définissant un facteur de forme. En effet, il nous semble que nous ne retirons pas toute l'information que la plaque photographique peut fournir. Dans la méthode linéaire précédente, nous ne faisons en fait intervenir pour tout élément que son homologue et ses deux plus proches voisins (dans la même colonne). Ici nous allons comparer globalement tous les éléments à leurs homologues de la grille de référence.

Nous définissons le flux total issu de la grille de référence en prenant la somme des flux relatifs à tous ses éléments:

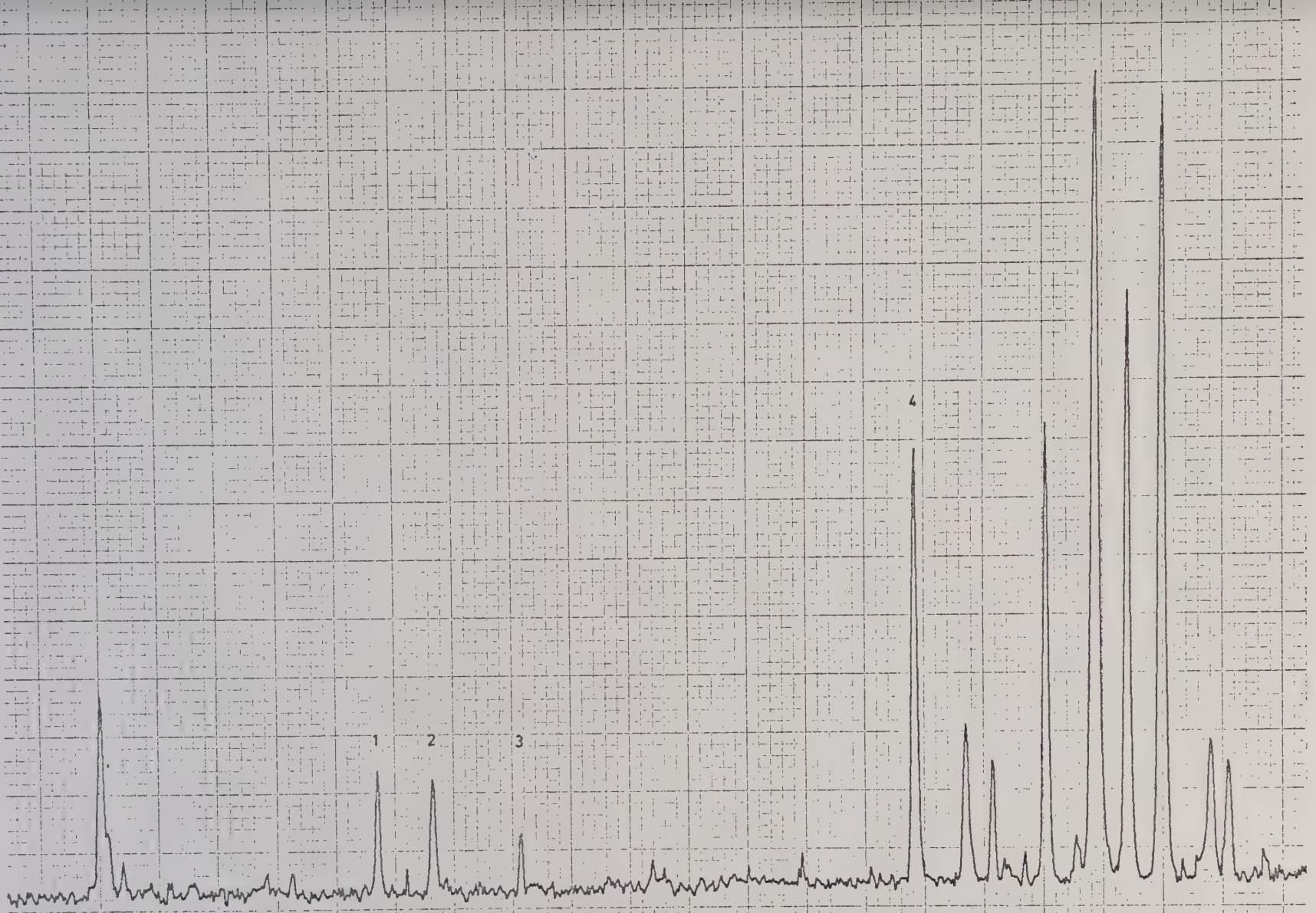
$$\Phi_S = \sum_{k,j} \left(\Theta_S\right)_j^k$$

Si deux grilles sont de même "forme", alors les flux reçus par les éléments homologues sont proportionnels. C'est ce que nous proposons de vérifier:



Partie d'un spectre du thorium (vers 5450 Å) obtenu avec une grille de 352 éléments.

Figure 73



Partie d'un spectre du thorium (vers 5450 Å) obtenu avec une fente

Figure 74

Pour une image quelconque,nous calculons le flux total reçu:

$$\Phi_I = \sum_{k,j} \left(\Theta_I\right)_k^j$$

Nous comparons ensuite les flux homologues et calculons leur écart:

$$f_k^j = \left(\Theta_S\right)_k^j - \left(\Theta_I\right)_k^j \times \frac{\Phi S}{\Phi_I}$$

et nous en déduisons :

$$F = \sum_{j,k} \left(f_k^j\right)^2$$

Lorsque F est voisin de zéro,l'image a la même "forme" que la grille de référence, dans le cas contraire F > 0.

Nous pouvons définir un signal pondéré qui tienne compte d'une part de la modulation à la fréquence 2N de la grille,et d'autre part du facteur de forme F:

$$S_p = \frac{S_{2N}}{\alpha F + \beta}$$

où α et β sont deux constantes.

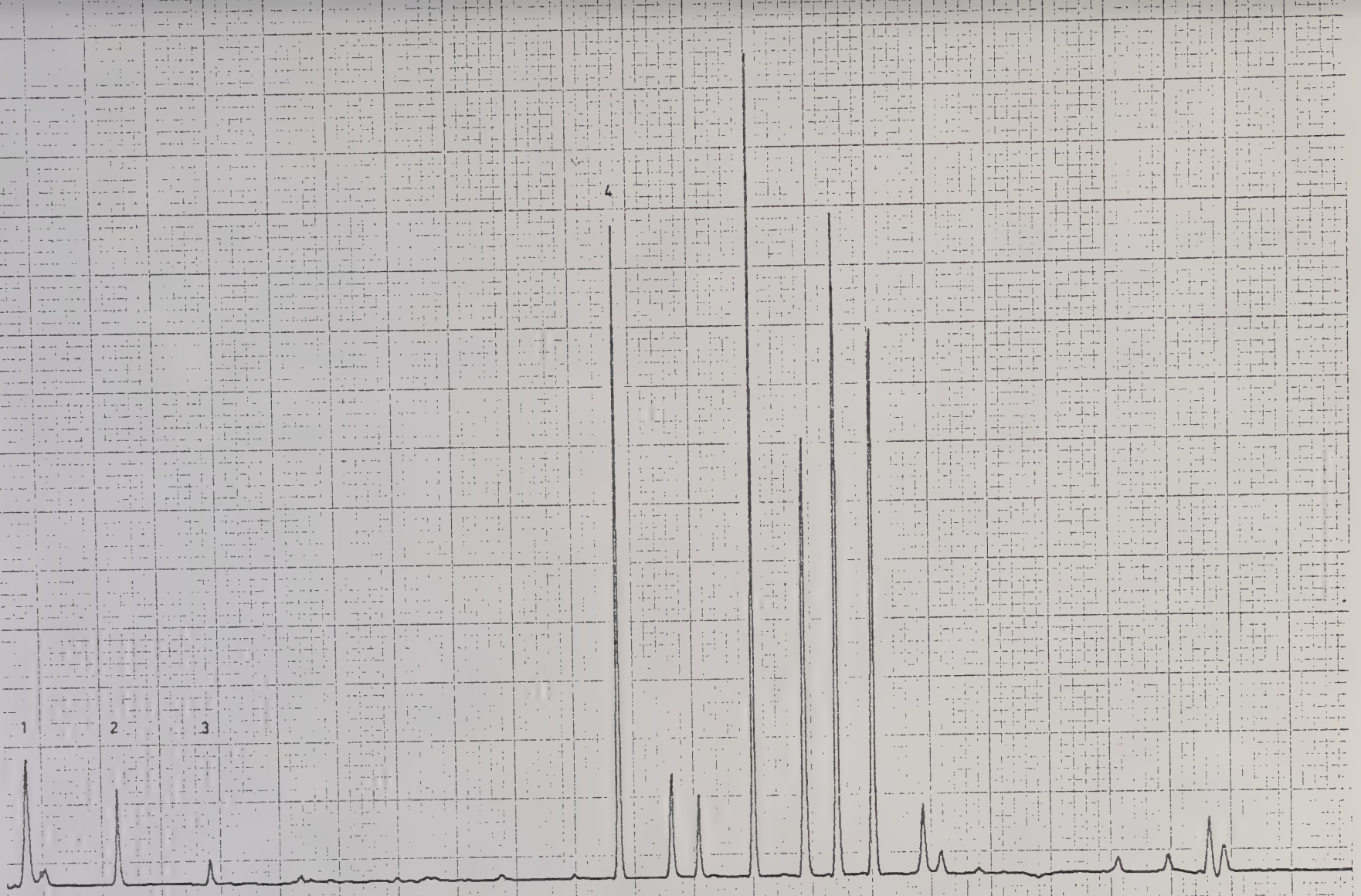
Pour déterminer α et β ,nous réexplorons la grille de référence et nous posons :

$\alpha F + \beta = 1$ au sommet de la raie

$\alpha F + \beta = K$ loin de toute raie

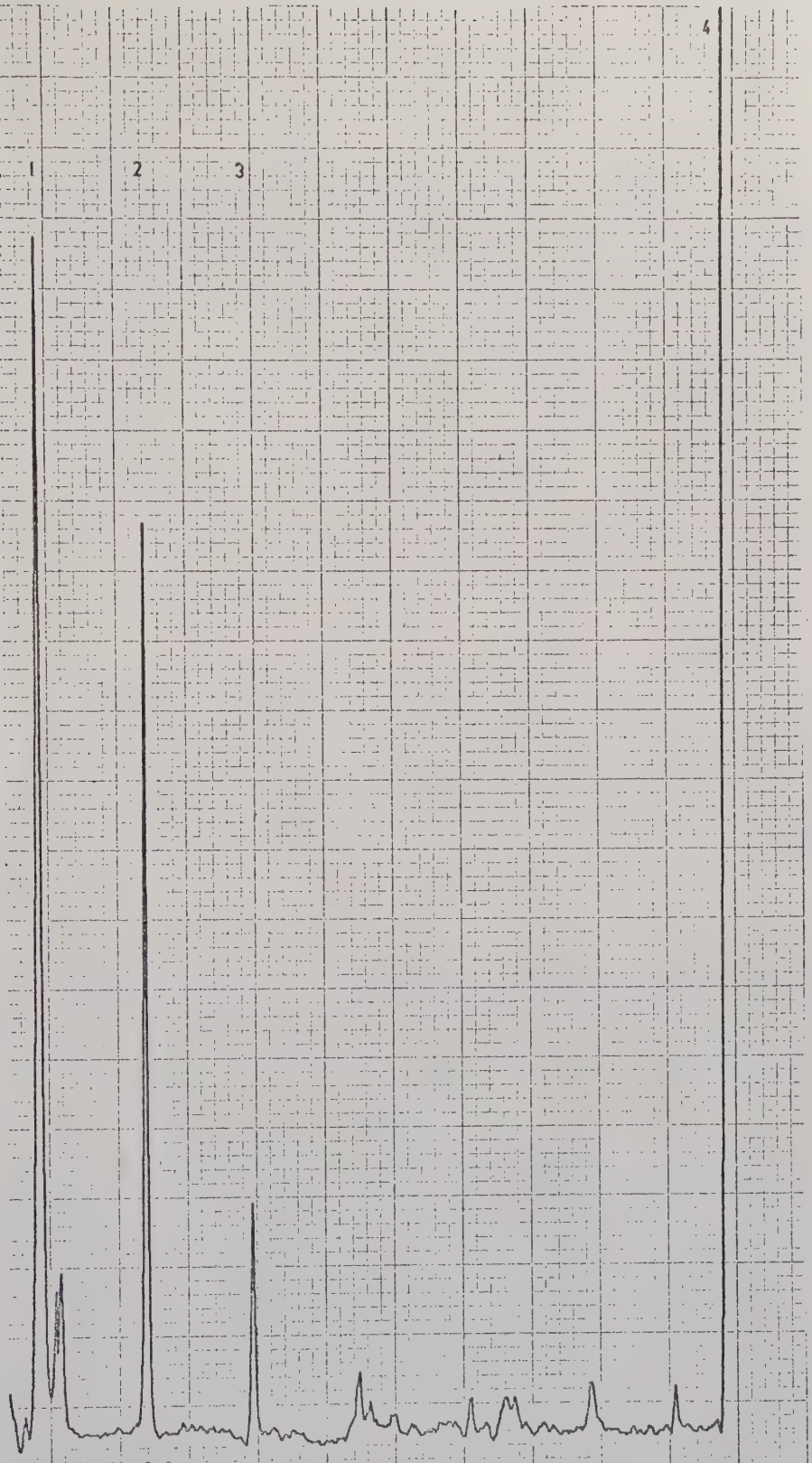
Ainsi $S_p = S_{2N}$ à la coïncidence. Donc nous ne modifions pas la raie correspondant à la grille de référence. Par contre,loin de toute raie nous divisons le bruit par un facteur voisin de K.

Nous retrouvons donc exactement la méthode linéaire si nous prenons K = 1. L'inconvéniant évident de cette méthode apparaît si K devient trop élevé. Si les raies sont parfaitement séparées,la méthode est correcte. Par contre si deux raies ont leurs images en partie superposée,notre proçédé provoque un affaiblissement de la raie la plus intense. Nous présentons ici un exemple (figure 75) pour lequel K = 100. Donc K est élevé. Nous constatons ici ,que même à fort grandissement (voir figure



Partie d'un spectre du thorium (vers 5450 Å) obtenu avec une grille (méthode quadratique)

Figure 75



Agrandissement des raies 1_2_3_4 de la figure 75_

Figure 76

76) ,le bruit est considérablement réduit et permet de bien mettre en évidence des raies faibles mais isolées .Par contre ,sur les raies intenses, nous constatons une modification du rapport des intensités .

VI - CONCLUSIONS

Un avantage important de ce système, comme de tout système de multifentes est l'augmentation de la luminosité .Il permet d'autre part de se libérer totalement des défauts d'éclairement du monochromateur .La méthode quadratique peut permettre un bon pointé des raies ,mais modifie le rapport des intensités .

Ce système utilise actuellement des grilles trop petites. Il serait intéressant d'adapter des grilles sur un appareil de grande ouverture .Avec des grilles étendues on peut améliorer de façon importante le rapport signal / bruit (gain de 100 possible).

Un autre inconvénient de notre modèle est la lenteur de l'exploitation imposée par les moteurs pas à pas .Deux autres possibilités existent .On peut faire une exploration ligne par ligne du cliché et non colonne par colonne (mais ceci nécessite de stocker toute l'information) ou choisir des grilles vibrant parallèlement à la direction de dispersion du réseau .On peut également envisager une modification de l'optique du microdensitomètre pour moduler le faisceau .Dans le premier cas on peut diminuer le temps d'exploration et dans le second augmenter la sensibilité du récepteur.

CINQUIEME PARTIE

Spectromètrie d'Hadamard

Grilles en rotation uniforme

A - SPECTROMETRIE MULTIPLEX

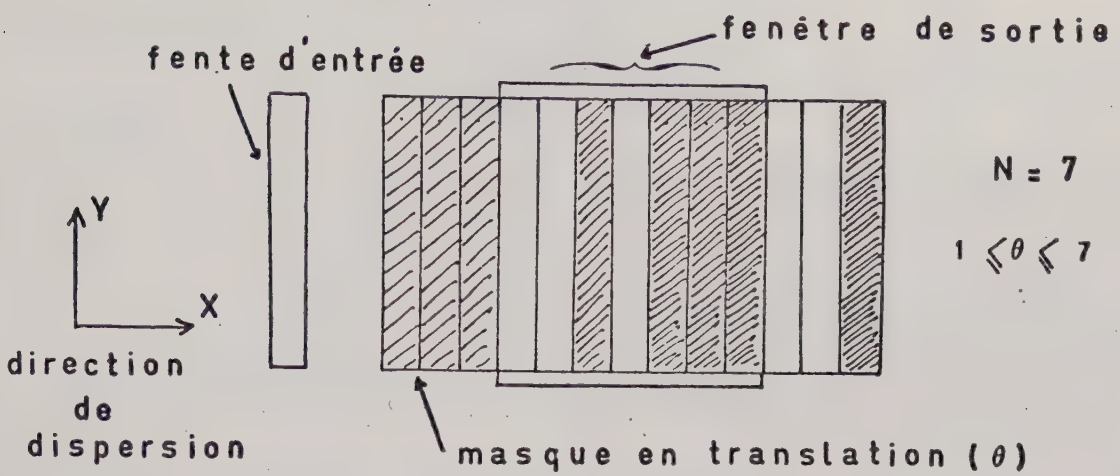
I - GENERALITES SUR LA SPECTROMETRIE D'HADAMARD

1 - Définition.

La spectrométrie dite d'Hadamard tout comme la spectrométrie par transformée de Fourier est une méthode multiplex. Ceci signifie qu'à un instant donné, au lieu de mesurer l'intensité d'un élément spectral,on mesure une combinaison linéaire des intensités de plusieurs éléments spectraux. Si le bruit attaché à chaque mesure est aléatoire,FELLGETT montre (3) que l'on peut obtenir un gain du rapport signal/bruit par rapport à une méthode conventionnelle. Les travaux de FELLGETT ont été repris dans cette voie par SLOANE, DECKER, HARWIT et NELSON (26,27,28,29). Mathématiquement DECKER et HARWIT se sont appuyés sur les matrices d'Hadamard pour chercher quelles étaient les combinaisons linéaires à choisir de préférence,d'où le nom de spectrométrie d'Hadamard donné à la méthode.

Après avoir rappelé la méthode de DECKER et HARWIT (28),nous présentons quelques résultats relatifs à des modèles de grilles à répartition calculée d'éléments. Au lieu d'utiliser une fente et une grille comme ils l'ont fait,nous avons étudié un modèle comportant uniquement des grilles pour accroître la luminosité du dispositif. Les modèles proposés ici ne paraissent pas apporter des avantages intéressants par rapport aux grilles calculées précédemment.

2 - Description de la méthode utilisée par DECKER et HARWIT.



Modèle de DECKER et HARWIT

Figure 77 a

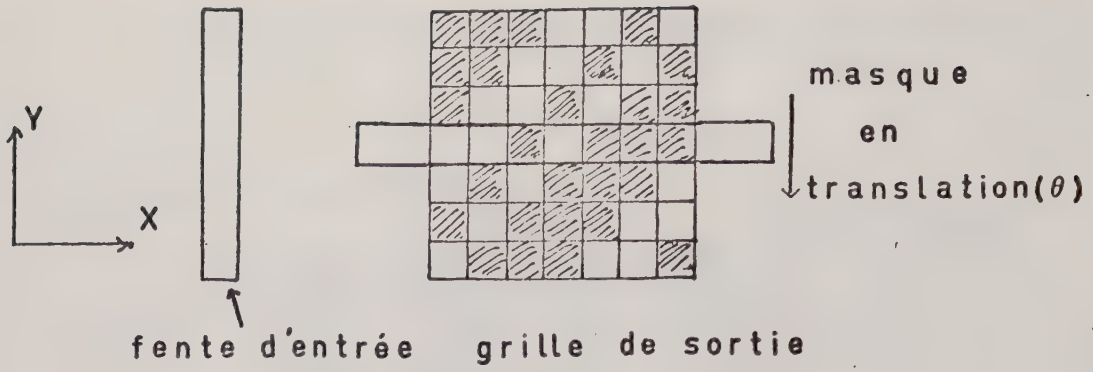
Cette méthode peut être résumée de la manière suivante. L'image de la fente d'entrée du spectromètre arrive, après dispersion, sur une fenêtre de sortie (figure 77). Un masque cyclique se déplace (dans la direction OX) devant la grille de sortie. La direction de dispersion est OX également. Le récepteur ne reçoit que la lumière traversant le masque. Le flux lumineux reçu par le récepteur dépend donc de la position de ce masque :

$$y_\theta = a_\theta^1 \; x_1 + a_\theta^2 \; x_2 + \ldots + a_\theta^N \; x_N + n_\theta$$

Dans cette expression :

a_θ^λ = 0 ou 1 (colonne opaque ou transparente)

x_λ représente l'intensité relative à la ième position sur la fenêtre de sortie, correspondant à une longueur d'onde λ



Modèle avec fente et grille

(7 fois moins lumineux que a)

Figure 77 b

θ = position du masque sur la grille $1 < \theta < N$

n_θ = bruit associé à la mesure y_θ

A est la matrice des flux lumineux élémentaires. On peut écrire

$$y_\theta = \sum_{\lambda=1}^{N} a_\theta^\lambda x_\lambda + n_\theta$$

Posons que $\hat{y}_\theta$ représente la mesure en absence de bruit c'est-à-dire que

$$\hat{y}_\theta = y_\theta - n_\theta = \sum_{\lambda=1}^{N} a_\theta^\lambda x_\lambda$$

En pratique on ne connait pas $\hat{y}_\theta$ mais seulement y_θ . Donc la quantité

$$\hat{x}_\lambda = \sum_{\theta=1}^{N} b_\lambda^\theta y_\theta \quad \text{avec} \quad \sum_{\theta=1}^{N} b_\lambda^\theta a_\theta^\lambda = 1 \ \forall\lambda$$

représente la valeur estimée de l'intensité d'après les valeurs y_θ mesurées.

On peut encore écrire :

$$\hat{x}_\lambda = \sum_{\theta=1}^{N} b_\lambda^\theta (\hat{y}_\theta + n_\theta)$$

$$\hat{x}_\lambda = \sum_{\theta=1}^{N} b_\lambda^\theta \hat{y}_\theta + \sum_{\theta=1}^{N} b_\lambda^\theta n_\theta$$

Le terme $\sum_{\theta=1}^{N} b_\lambda^\theta \hat{y}_\theta$ représente le signal vrai,

tandis que $\sum_{\theta=1}^{N} b_\lambda^\theta n_\theta$ est le bruit associé à cette mesure.

3 - Interprétation - Gain FELLGETT.

Prenons tout d'abord le cas d'une méthode classique pour laquelle nous répétons N fois la mesure du même élément spectral x_λ.

Nous posons la valeur moyenne de x_λ égale à

$$\overline{x_\lambda} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_\lambda^i$$

le bruit associé à la ième mesure est tel que

$$x_\lambda^i = \overline{x_\lambda} + n^i{}_\lambda$$

l'écart quadratique entre la valeur mesurée et la valeur moyenne est

$$(\Delta x_\lambda^i)^2 = (x_\lambda^i - \overline{x}_\lambda)^2 = (n^i{}_\lambda)^2$$

l'écart quadratique moyen est :

$$\overline{(\Delta\, x_\lambda^i)^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (n_\lambda^i)^2 = \Delta^2$$

La qualité d'une mesure est proportionnelle à

$$q = \frac{\overline{x_\lambda}}{\sqrt{\overline{(\Delta x^i{}_\lambda)^2}}} = \frac{\overline{x_\lambda}}{\Delta}$$

Si le bruit est aléatoire, Δ est une constante.

En transposant ces résultats, avec une méthode multiplex la qualité d'une mesure est proportionnelle à

$$q_m = \frac{x_\lambda}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{\lambda=1}^{N} (\sum_{\theta} b_\lambda^\theta\, n_\theta)^2}}$$

Au dénominateur nous pouvons écrire :

$$\sum_{\lambda=1}^{N} (\sum_{\theta} b_\lambda^\theta\, n_\theta)^2 = \sum_{\lambda=1}^{N} \left[2 \sum_{\theta \neq \theta'} b_\lambda^\theta\, b_\lambda^{\theta'} n_\theta\, n_{\theta'} + \sum_{\theta=1}^{N} (b_\lambda^\theta)^2\, n_\theta^2 \right]$$

Dans le cas des matrices d'Hadamard, A est une matrice orthogonale donc $B = A^{-1}$ l'est aussi

$$\sum_{\theta \neq \theta'} b_\lambda^\theta \; b_\lambda^{\theta'} \; n_\theta \; n_{\theta'} = 0$$

$$\sum_{\theta=1}^{N} (b_\lambda^\theta)^2 = \sum_{\lambda=1}^{N} (b_\lambda^\theta)^2 = \text{constante}$$

$$\sum_{\lambda=1}^{N} \sum_{\theta=1}^{N} (b_\lambda^\theta)^2 \, n_\theta^2 = \sum_{\lambda=1}^{N} (b_\lambda^1)^2 \, n_1^2 + \ldots + \sum_{\lambda=1}^{N} (b_\lambda^N)^2 \, n_N^2$$

$$= \left(\sum_{\lambda=1}^{N} (b_\lambda^\theta) \right) \left(\sum_{\theta=1}^{N} n_\theta^2 \right)$$

$$\text{donc} \quad q_m = \frac{x_\lambda}{\sqrt{\frac{1}{N} \left(\sum n_\theta^2 \right) \left(\sum_{\theta=1}^{N} b_\lambda^\theta \right)}} = \frac{x_\lambda}{\Delta \sqrt{\sum_{\theta=1}^{N} (b_\lambda^\theta)^2}}$$

$$\text{le gain FELLGETT est} \quad F = \left[\sum_{\theta=1}^{N} (b_\lambda^\theta)^2 \right]^{-1/2}$$

Dans le cas des matrices d'Hadamard $\left| b_\lambda^\theta \right| = \frac{2}{N+1}$

soit encore

$$F = \frac{N+1}{2\sqrt{N}}$$

si N est suffisamment grand F tend vers :

$$F \to \frac{\sqrt{N}}{2}$$

Dans le cas où l'on utilise une matrice orthogonale, mais non d'Hadamard on peut calculer le gain FELLGETT maximal.

Si $A^{-1} = B$ alors d'après l'inégalité de CAUCHY-SCHWARTZ

$$1 = \sum_{\theta=1}^{N} b_{\lambda}^{\theta} \, a_{\theta}^{\lambda} \leqslant \left[\sum_{\theta=1}^{N} (b_{\lambda}^{\theta})^2 \right]^{1/2} \left[\sum_{\theta=1}^{N} (a_{\theta}^{\lambda})^2 \right]^{1/2}$$

soit en reportant dans l'expression de F :

$$F \leqslant \left[\sum_{\theta=1} (a_{\theta}^{\lambda})^2 \right]^{1/2}$$

Or les coefficients a_{θ}^{λ} ne peuvent ici prendre que deux valeurs (0 ou 1 : élément opaque ou transparent) donc

$$F \leqslant \sqrt{N}$$

II - SPECTROMETRIE MULTIPLEX AVEC DES GRILLES.

L'inconvénient de la méthode précédente est la faible luminosité du spectromètre. En effet l'étendue optique du faisceau est limitée par l'emploi d'une fente à l'entrée (figure 77a). L'appareil serait hautement plus lumineux si l'on utilisait deux grilles.

1 - Description d'un montage possible :

Remplaçons la fente d'entrée par une grille G_E. Eliminons le cache au niveau de la grille de sortie et modifions les dimensions de la grille de sortie (dimensions N x N). Nous prenons une grille de sortie G_S, de même largeur (direction OX) que la grille d'entrée, mais beaucoup plus longue (direction OY). Nous supposons de plus que cette grille peut se

déplacer dans la direction OY.

La direction de dispersion est supposée parallèle à OX.Le système peut être mécanisé simplement en disposant la grille de sortie sur la tranche d'un disque tournant, et en l'observant par réflexion, ou bien à la périphérie d'un disque, l'observation pouvant alors avoir lieu par réflexion ou transmission. Ce montage supprime bien la nécessité du masque : à un instant donné nous recevrons le flux lumineux dû à N éléments spectraux qui ont leur image sur une surface correspondant à N x N éléments de la grille G_S (figure 78).

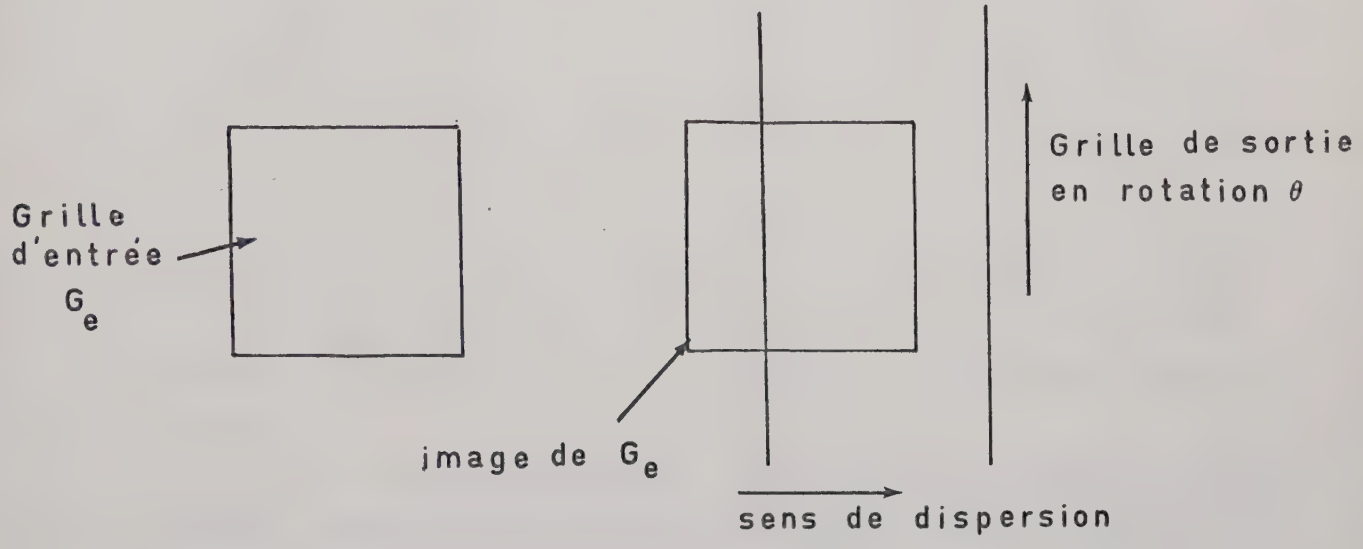


Figure 78

La luminosité d'un tel système est équivalente à celle d'un spectromètre à grilles "classiques".

2 - Calcul du flux lumineux.

Si nous repérons la position de la grille de sortie G_S par la variable θ, nous mesurons pour toute valeur de θ un flux lumineux égal à la somme des flux dûs à 2N-1 éléments spectraux, en appelant N le nombre de colonnes de la grille G_S.

La matrice des flux A est donc de dimensions (2N-1)x(2N-1) et elle n'est pas a priori orthogonale.

3 - Première série de résultats.

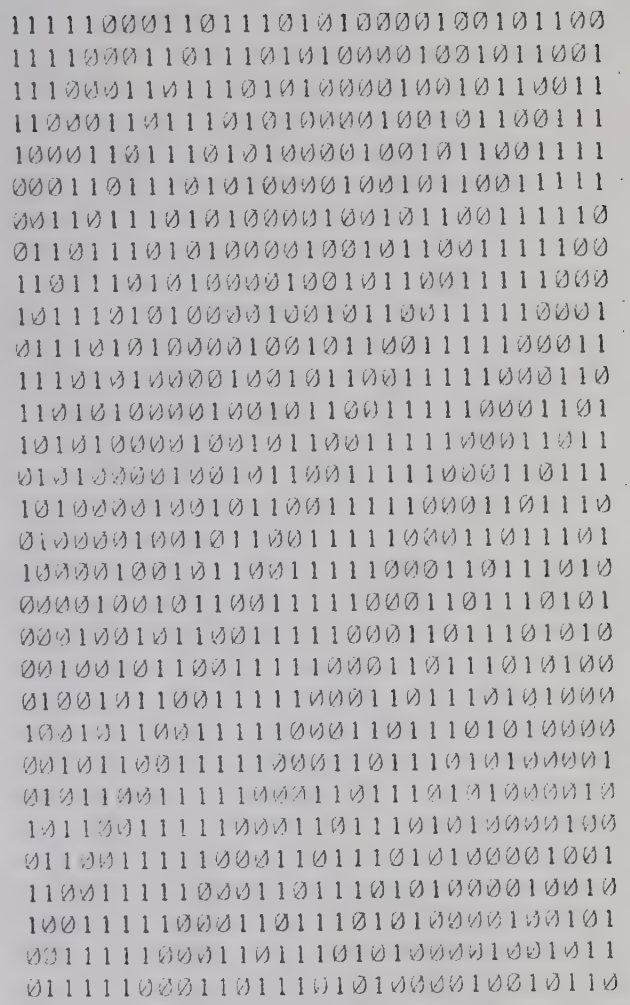
Nous nous sommes proposés de construire une matrice de dimensions N x N aussi voisine que possible de celle définie par NELSON et FREDMAN (26). A peut être transformée en une matrice d'Hadamard d'ordre N + 1 en substituant les valeurs (+1) par (-1) et les valeurs nulles par (+1) et en ajoutant une ligne et une colonne de (+1).De même $B = A^{-1}$ peut être transformée en une matrice d'Hadamard d'ordre N + 1 par addition d'une ligne et d'une colonne de (-1).Ces matrices sont intéressantes car elles sont orthogonales et l'on passe simplement de A à B en transposant A et en changeant les valeurs (+1) en $(\frac{2}{N+1})$ et nulles en $(\frac{-2}{N+1})$. A est une matrice cyclique.Nous calculons tout d'abord le nombre de paires (0,1) et (1,0) sur chaque ligne de A (figure 79).Nous cherchons ensuite une matrice équivalente en permutant les colonnes de A de telle sorte que le nombre de paires définies précédemment soit maximum sur certaines lignes et minimum sur d'autres(figure 80).Nous réorganisons les lignes de la nouvelle matrice afin que les lignes ayant un maximum de paires soient dans la partie centrale.Enfin la matrice obtenue est transposée (figure 81).

Pour une image recouvrant presque totalement la grille de sortie les flux lumineux sont importants,et les coefficients a_i^j élevés.A permet de travailler à une fréquence élevée (nombre de paires maximum),donc d'avoir une bonne précision.

Pour une image marginale ,les flux sont faibles;nous lui faisons correspondre des fréquences basses.A la limite nous pourrons ne décoder que les éléments voisins du centre de la grille et négliger les autres.

Les points utilisés sont obtenus de manière aléatoire par l'intermédiaire d'une fonction modulo.Là encore les grilles sont découpées en zones.

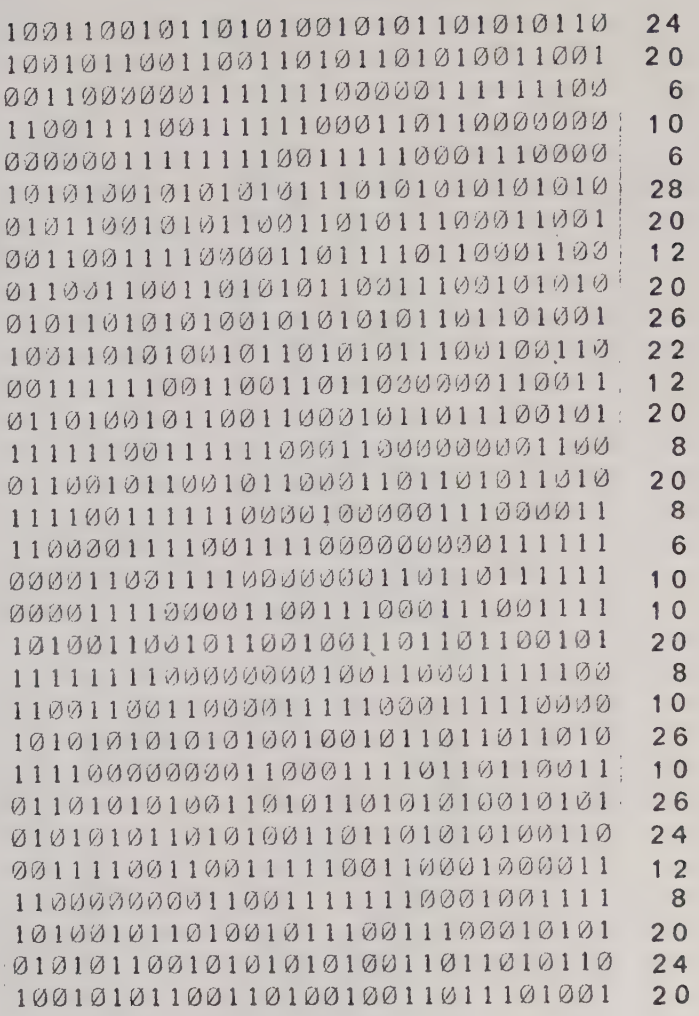
Il n'est pas possible d'obtenir la matrice A définie précédemment. Le flux lumineux dépend en effet de la position de l'image de la grille d'entrée sur la grille de sortie.Aux valeurs (0) de A nous cherchons àfaire correspondre des flux minimum et aux valeurs (1) des flux maximum.La fig.82



Grille cyclique d'HADAMARD : A .

Nombre de paires constant = 16

Figure 79



Permutation des colonnes de A

Figure 80

montre un exemple de tableau des flux. La figure 83 contient les flux pondérés correspondants (les flux réels sont divisés par le nombre de colonnes de recouvrement des 2 grilles). Sur cette figure la moyenne des maximum vaut 7,31 et celle des minimum 6,99.

La racine carrée de l'écart quadratique moyen valant 1,12 pour les maximum et 1,19 pour les minimum, on constate que ces maximum et ces minimum sont pratiquement confondus. Une autre méthode utilisant des flux différentiels (différence entre deux flux successifs relatifs à un même élément spectral) n'a pas apporté d'amélioration sensible.

4 - Définition d'un facteur de qualité.

Il semble vain de vouloir chercher une matrice voisine d'une matrice d'Hadamard. Nous nous sommes proposés alors de construire une matrice orthogonale, quelconque, mais qui conduise à un gain FELLGETT maximum.

La qualité définie précédemment est

$$q_m = \frac{x_\lambda}{\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{\lambda=1}^{N}\left(\sum_{\theta=1}^{N} b_\lambda^\theta\, n_\theta\right)^2}}$$

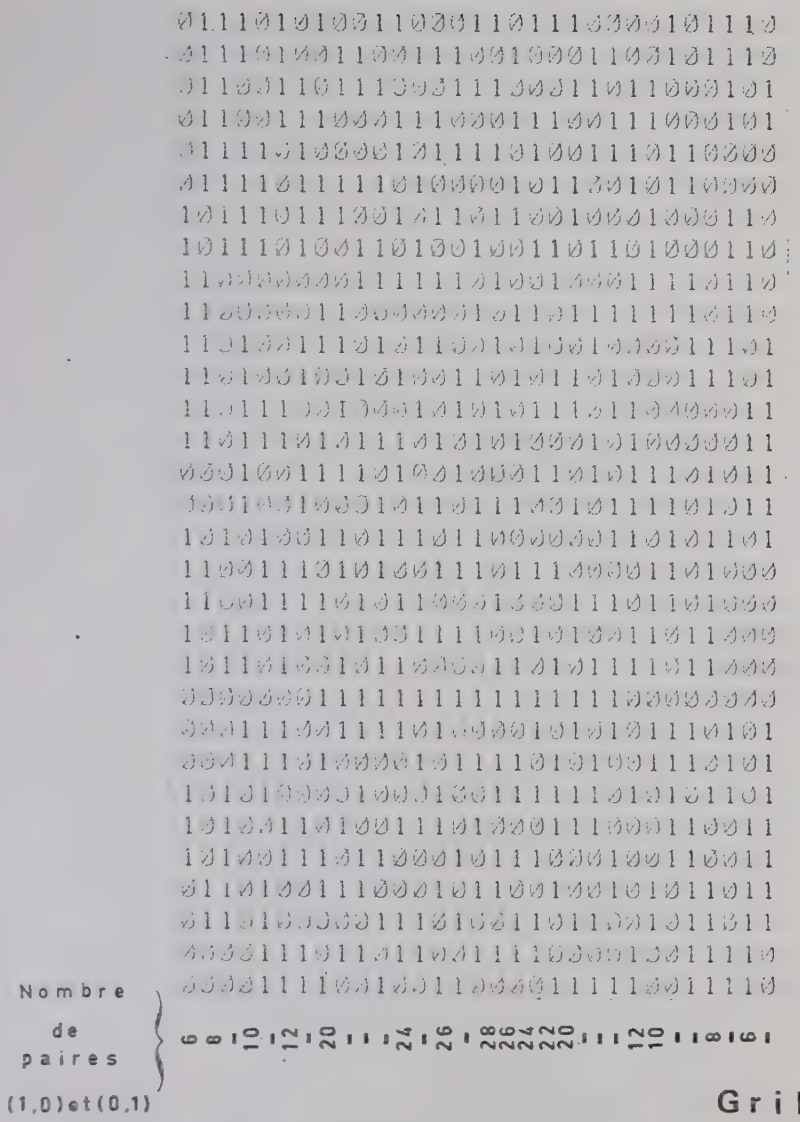
avec au dénominateur

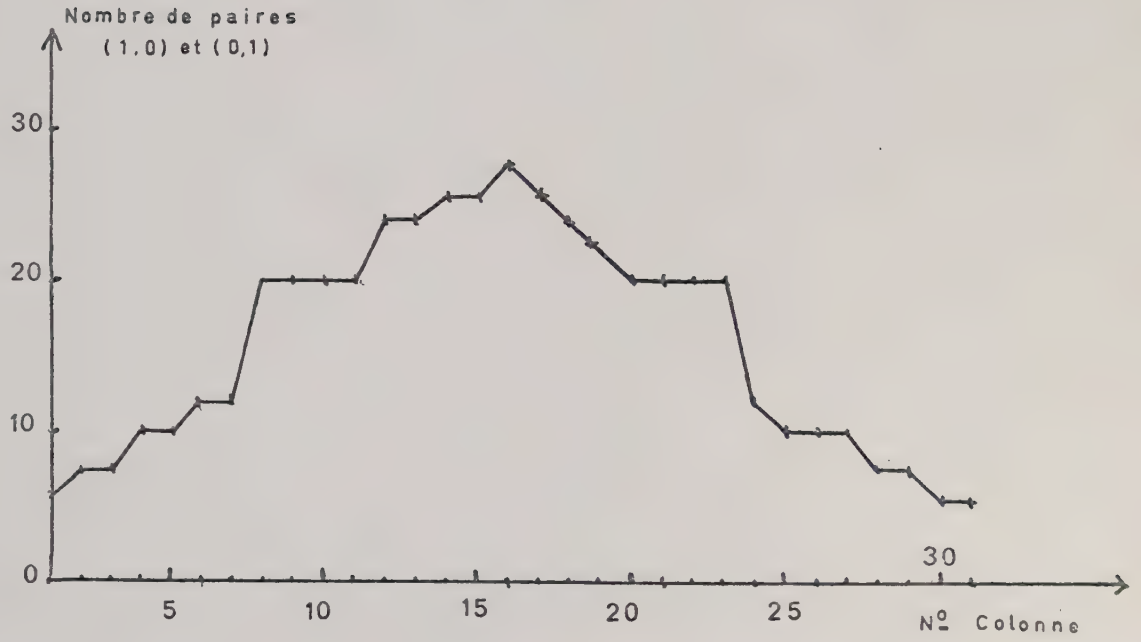
$$G = \sum_{\lambda=1}^{N}\left(\sum_{\theta=1}^{N} b_\lambda^\theta\, n_\theta\right)^2 = \sum_{\lambda=1}^{N}\left[2\sum_{\theta\neq\theta'} b_\lambda^\theta\, b_\lambda^{\theta'}\, n_\theta\, n_{\theta'} + \sum_{\theta=1}^{N}(b_\lambda^\theta)^2\, n_\theta^2\right]$$

Pour être aussi voisin que possible d'une matrice orthogonale il faut :

a) minimiser tous les doubles produits $\theta\neq\theta'$

b) minimiser la somme des carrés des éléments d'une ligne, et d'une





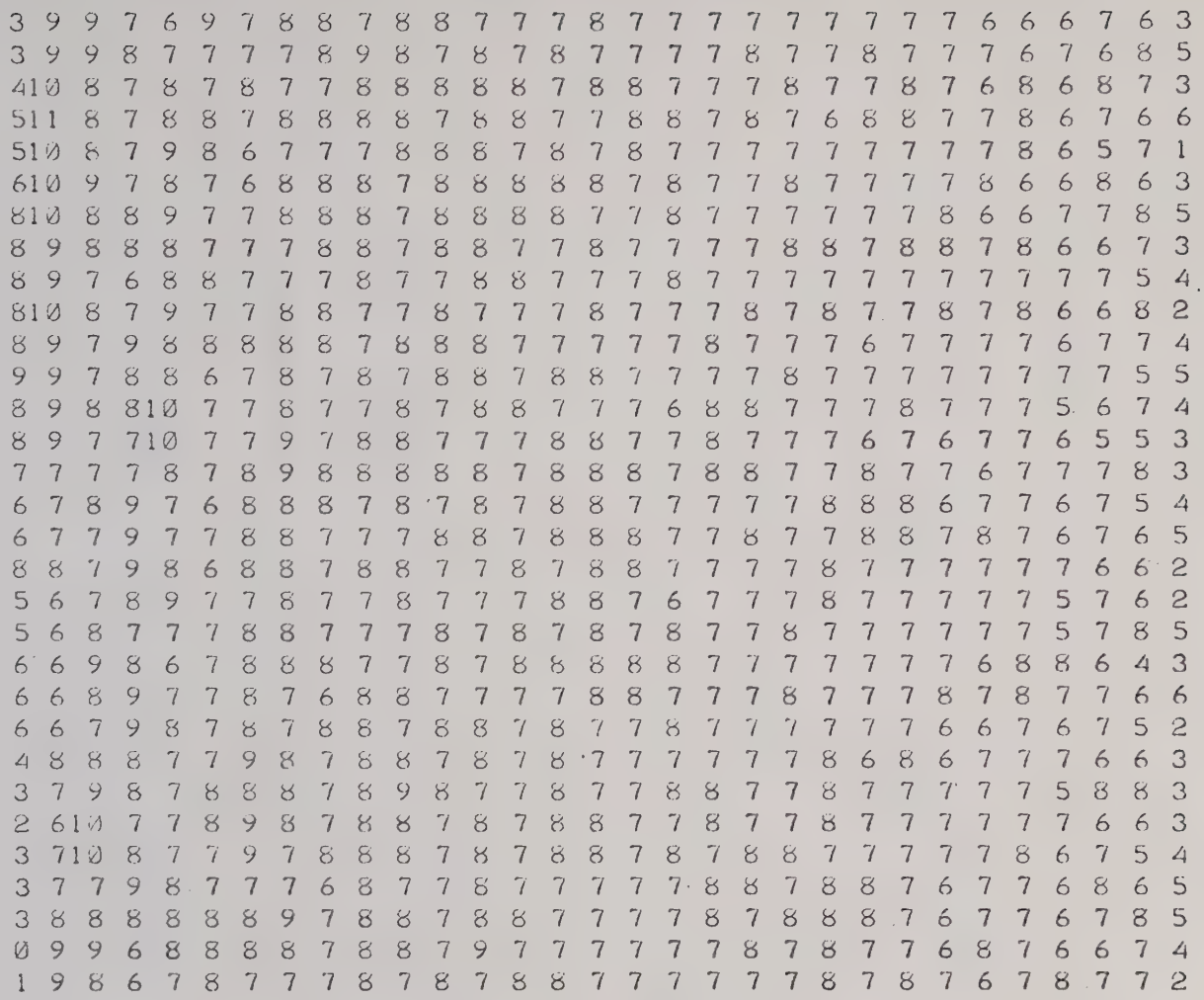
Grille du type HADAMARD optimisée

Figure 81

3	18	28	29	34	54	50	66	74	76	90	103	102	111	114	128	111	111	102	86	87	74	67	63	52	41	33	27	21	12	3
3	18	28	34	37	44	50	61	74	90	92	87	107	111	123	124	115	101	93	99	87	76	73	61	52	42	30	29	20	16	5
4	20	25	31	42	45	56	63	68	81	95	98	112	122	113	131	127	98	103	88	89	77	69	69	51	39	41	24	24	14	3
5	23	25	28	40	49	51	64	73	83	91	89	110	119	118	122	120	112	94	96	84	64	72	65	52	46	43	24	21	13	6
5	21	25	28	45	52	44	62	71	77	89	98	105	110	120	114	126	108	94	95	86	76	67	61	55	45	40	27	15	15	1
6	20	27	30	44	45	48	65	79	83	84	97	106	112	129	128	115	112	100	85	88	76	65	59	49	49	33	24	25	12	3
8	21	26	32	46	45	53	64	75	82	87	98	112	116	120	118	113	114	100	85	84	73	69	62	56	41	33	28	21	16	5
8	19	24	32	40	47	54	59	72	86	85	101	108	110	115	131	114	103	97	86	96	80	65	69	57	45	40	25	20	14	3
8	19	23	27	44	50	55	60	66	81	81	94	105	117	116	126	117	116	98	87	82	72	67	59	51	46	37	30	23	10	4
8	21	25	31	46	42	53	65	78	78	86	99	97	105	119	132	119	108	100	99	83	83	64	59	57	44	40	27	20	16	2
8	19	22	36	42	48	56	71	75	76	88	99	112	107	114	125	113	107	105	92	86	79	61	62	50	44	36	26	22	15	4
9	19	22	33	43	40	54	67	71	89	86	98	108	102	122	134	114	105	100	92	93	71	70	58	55	45	35	29	22	11	5
8	19	24	32	50	42	53	65	71	78	92	90	106	112	115	123	117	97	105	96	86	75	64	67	53	47	38	23	20	14	4
8	18	22	29	50	46	51	76	69	80	92	94	100	106	120	129	114	103	106	95	85	78	61	63	46	46	35	25	17	10	3
7	15	22	31	42	47	59	78	73	80	88	98	106	105	120	137	121	106	109	102	84	75	72	60	55	37	36	31	22	17	3
6	14	25	36	38	36	59	64	77	78	96	94	108	100	121	130	119	108	99	89	81	80	76	68	46	42	38	27	21	11	4
6	14	21	36	39	45	61	65	66	77	87	97	106	110	120	132	124	101	102	99	81	77	76	64	55	49	36	24	21	12	5
8	16	21	37	44	38	58	67	67	83	88	91	102	115	113	132	120	109	95	85	85	85	71	63	53	42	37	29	19	12	2
5	13	23	32	45	45	55	68	63	78	95	91	101	109	125	131	114	94	103	92	86	80	69	62	49	47	37	23	21	13	2
5	12	24	28	39	46	56	71	68	78	86	101	97	116	116	128	117	112	98	94	90	74	71	58	53	42	36	23	22	17	5
6	12	29	32	34	47	62	69	72	73	81	102	98	116	124	128	121	112	94	89	82	76	64	57	52	40	41	33	19	9	3
6	12	26	39	36	46	60	63	59	83	92	95	102	103	119	136	123	111	97	89	90	72	69	63	59	43	42	28	21	12	6
6	12	23	39	40	44	58	63	74	81	81	99	104	108	123	127	113	114	103	94	85	75	71	61	47	38	35	27	23	10	2
4	16	25	35	37	43	63	65	70	82	98	95	105	107	122	123	110	109	102	94	83	82	62	64	42	42	37	28	20	14	3
3	15	27	32	39	49	57	66	65	80	101	99	100	110	129	127	117	114	104	94	80	80	71	61	54	45	37	21	24	17	3
2	13	31	30	37	53	65	65	68	86	95	93	105	106	120	129	118	105	111	88	77	81	68	61	53	44	36	29	20	13	3
3	15	31	34	35	45	63	60	76	84	88	93	104	109	125	135	108	117	99	90	95	80	65	59	51	46	40	24	22	10	4
3	15	23	37	40	46	53	59	62	82	87	93	107	108	116	127	119	109	107	96	78	83	75	57	46	42	38	27	25	13	5
3	17	25	33	41	50	58	72	66	82	91	93	109	123	117	123	117	102	110	86	88	80	72	59	46	44	38	26	21	17	55
0	19	27	27	42	52	58	65	71	85	98	91	119	110	119	125	117	109	98	97	78	82	68	59	48	48	38	26	20	14	4
1	18	25	26	35	53	51	62	71	81	85	97	98	112	130	118	119	102	101	92	81	80	64	65	55	39	36	26	21	15	2

TABLEAU DES FLUX REELS. METHODE MULTIPLEX. Figure 82

MATRICE 31 x 31



Matrice (31x31) des flux pondérés _ méthode multiplex

Fig. 83

colonne.

On obtient alors G minimum donc q_m maximum. Si nous appelons B la matrice transposée de B, ceci revient à minimiser tous les termes de la matrice $M = B \times \tilde{B}$

En effet cette matrice peut s'écrire, en la développant :

$$M = \begin{bmatrix} \sum_\theta (b_\theta^1)^2 & \sum_\theta (b_\theta^1 b_\theta^2) & \cdots\cdots & \\ \sum_\theta (b_\theta^2 b_\theta^1) & \sum_\theta (b_\theta^2)^2 & \cdots\cdots & \\ \vdots & \vdots & & \sum_\theta (b_\theta^N)^2 \end{bmatrix}$$

M est une matrice symétrique. Si A est une matrice orthogonale M est une matrice diagonale.

Pour définir la qualité d'un ensemble de deux grilles G_E et G_S nous avons introduit 3 paramètres :

- Calcul de la valeur quadratique moyenne des éléments non diagonaux

$$S^2_1 = \overline{(M_i^j)^2}$$

- Calcul de la valeur quadratique moyenne des éléments diagonaux

$$S^2_2 = \overline{(M_i^i)^2}$$

- Calcul de la dispersion des éléments diagonaux

$$S^2_3 = \sum_i \left(\overline{(M_i^i)^2} - (M_i^i)^2 \right)$$

Pour une grille orthogonale S_1 et S_3 sont nuls. Nous cherchons à minimiser S_2 pour augmenter le gain FELLGETT. Aussi nous avons pris pour fonction de qualité

$$Q = \frac{\beta}{S_1 + S_3 + \alpha S_2}$$

où α et β sont deux constantes. Ces deux constantes sont définies en début de travail de la manière suivante:

Calcul de α :

Nous commençons par prendre un couple de grilles (construites par une méthode aléatoire). Nous calculons alors A, B, et M. Connaissant M nous pouvons calculer S_1, S_2 et S_3. Nous posons alors a priori :

$$\alpha = 0{,}1 \times \frac{S_1 + S_3}{S_2}$$

Ainsi nous accordons 10 fois plus d'importance aux termes S_1 et S_3 qu'au terme S_2. Donc nous cherchons d'abord à rendre A orthogonal et seulement ensuite à agir sur le gain FELLGETT.

Calcul de β :

C'est un facteur d'échelle. On pose $\beta = 1{,}1 \times (S_1 + S_3)$ de façon à ce que la fonction de qualité initiale soit $Q = 1$.

5) Calcul de grilles avec cette méthode.

Nous avons pensé qu'il valait mieux faire ce calcul en n'utilisant pas les flux absolus,mais des différences de flux ce qui a l'avantage d'éliminer le problème du zéro du détecteur. Il y a deux manières de calculer ces différences

$$I \quad \begin{cases} a^{\lambda}_{\theta} = a^{\lambda}_{\alpha} - a^{\lambda}_{\alpha+1} \\ a^{\lambda}_{\theta+1} = a^{\lambda}_{\alpha+1} - a^{\lambda}_{\alpha+2} \end{cases}$$

$$\text{II} \quad \begin{cases} a^{\lambda}_{\theta} = a^{\lambda}_{\alpha} - a^{\lambda}_{\alpha+1} \\ a^{\lambda}_{\theta+1} = a^{\lambda}_{\alpha+2} - a^{\lambda}_{\alpha+3} \end{cases}$$

Nous avons choisi le second procédé. Ceci amène à doubler la longueur de la grille de sortie par rapport au premier procédé, mais il y a deux fois plus d'éléments qu'il n'est réellement nécessaire. Les lignes de la matrice A sont indépendantes. L'amélioration du facteur de qualité est plus facile. Nous utilisons pour cela un processus analogue à celui que nous avons décrit au chapitre IV, par. III.

6 - Résultats obtenus et interprétation :

Nous présentons (figures 84, 85, 86, 87, 88) deux séries de résultats relatifs à des matrices 7x7 et 25x25 permettant le décodage respectivement de 7 et 25 éléments spectraux simultanément. Nous indiquons également l'ordre de grandeur des différents paramètres décrits précédemment pour des grilles à répartition aléatoire.

Les matrices présentées ici sont de petites dimensions car le temps de calcul croît rapidement avec la taille des grilles : environ 90 secondes par itération (sur PDP 15) pour les matrices 25x25. La rapidité d'évolution de la matrice A dépend du choix des grilles initiales. En utilisant le procédé (II) pour le calcul des différences de flux, nous avons constaté qu'un essai sur 4 ou 5 améliore A en début de calcul. La convergence est lente. La valeur quadratique moyenne des éléments non diagonaux de M passe de 0,014 pour une matrice 7x7 à 0,001 pour une matrice 25x25, donc s'améliore lorsque la taille des grilles augmente. Il en est de même pour la dispersion des éléments diagonaux. Par contre, nous constatons que le taux d'ondulation du signal est très faible et diminue lorsque la taille des grilles augmente.

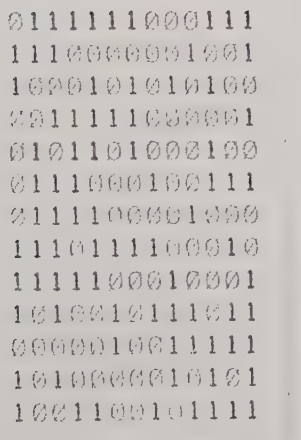
Le gain obtenu avec ce procédé est très faible. Comparons ce spectromètre à un spectromètre classique. Le gain JACQUINOT est de l'ordre de 5 ; nous pouvons le calculer de la manière suivante :

	GRILLES ALEATOIRES 7x7					GRILLES CALCULEES
Eléments non diag.	0.75	0.50	1.61	0.56	8.15	0.014
Eléments diagonaux	0.19	1.03	3.42	1.43	12.59	0.094
Dispersion él. diag.	1.46	0.84	22.63	3.27	226.10	0.006
Taux ondulation	0.12	0.16	0.25	0.12	0.22	0.164
Gain HADAMARD	2.004					
Gain maximal	3.742					
Gain observé	0.49	0.56	0.33	0.58	0.12	2.535

GRILLES ALEATOIRES 25 x25			GRILLES CALCULEES
0.084	1.58	0.07	0.001
0.31	2.35	0.19	0.013
0.22	8.82	0.06	0.0003
0.038	0.045	0.027	0.037
3.606			
7.071			
0.81	1.79	0.87	5.963

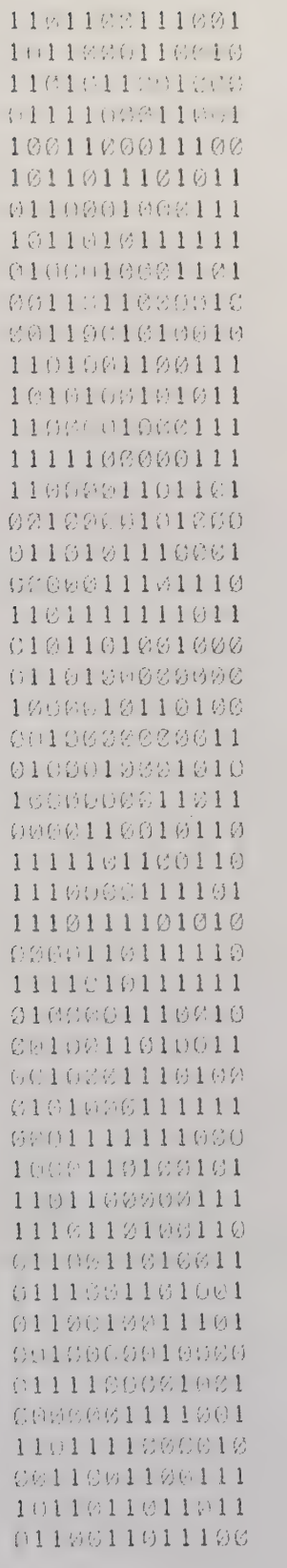
Spectrométrie multiplex avec des grilles aléatoires et calculées.

FIGURE 84



Grille d'entrée

13 x 13



Grille de sortie

50 x 13

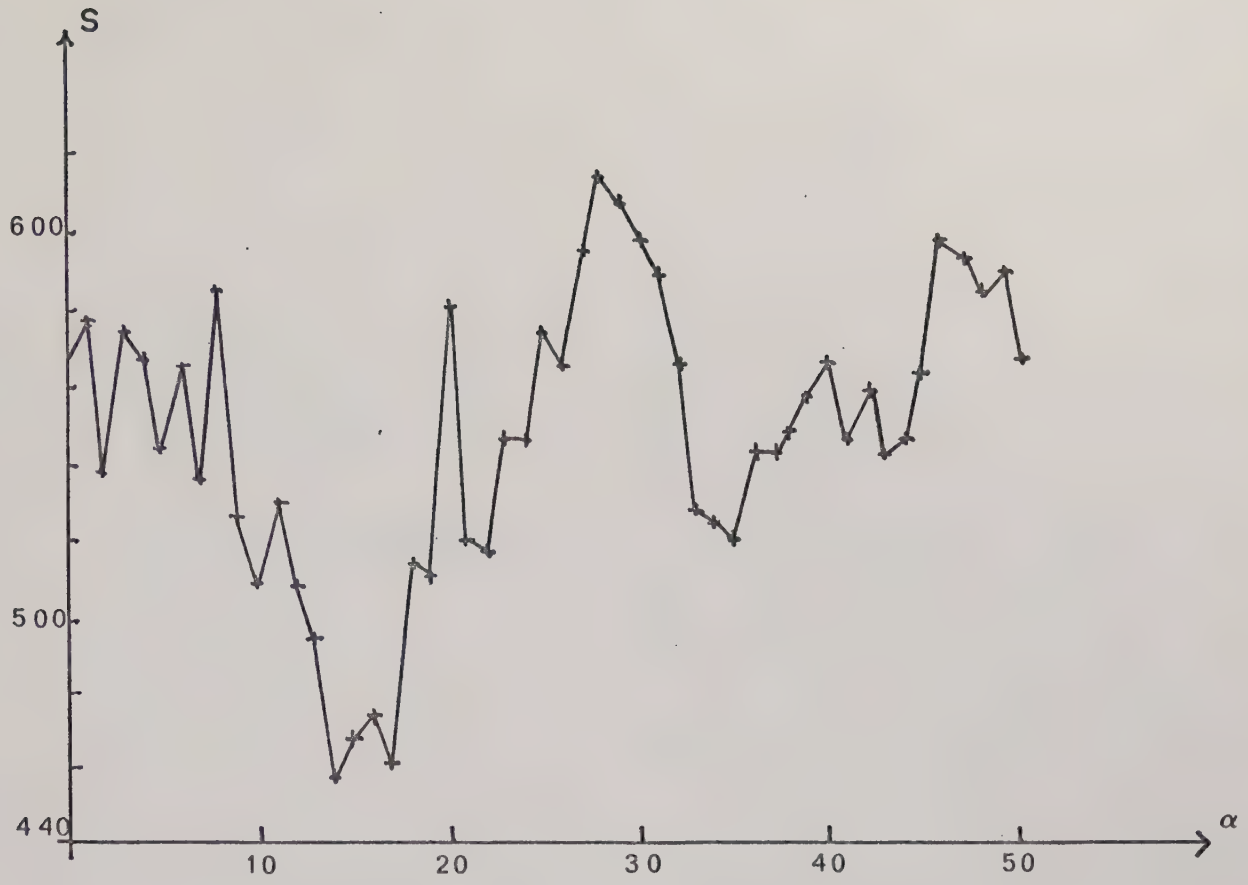
METHODE MULTIPLEX

Figure 85

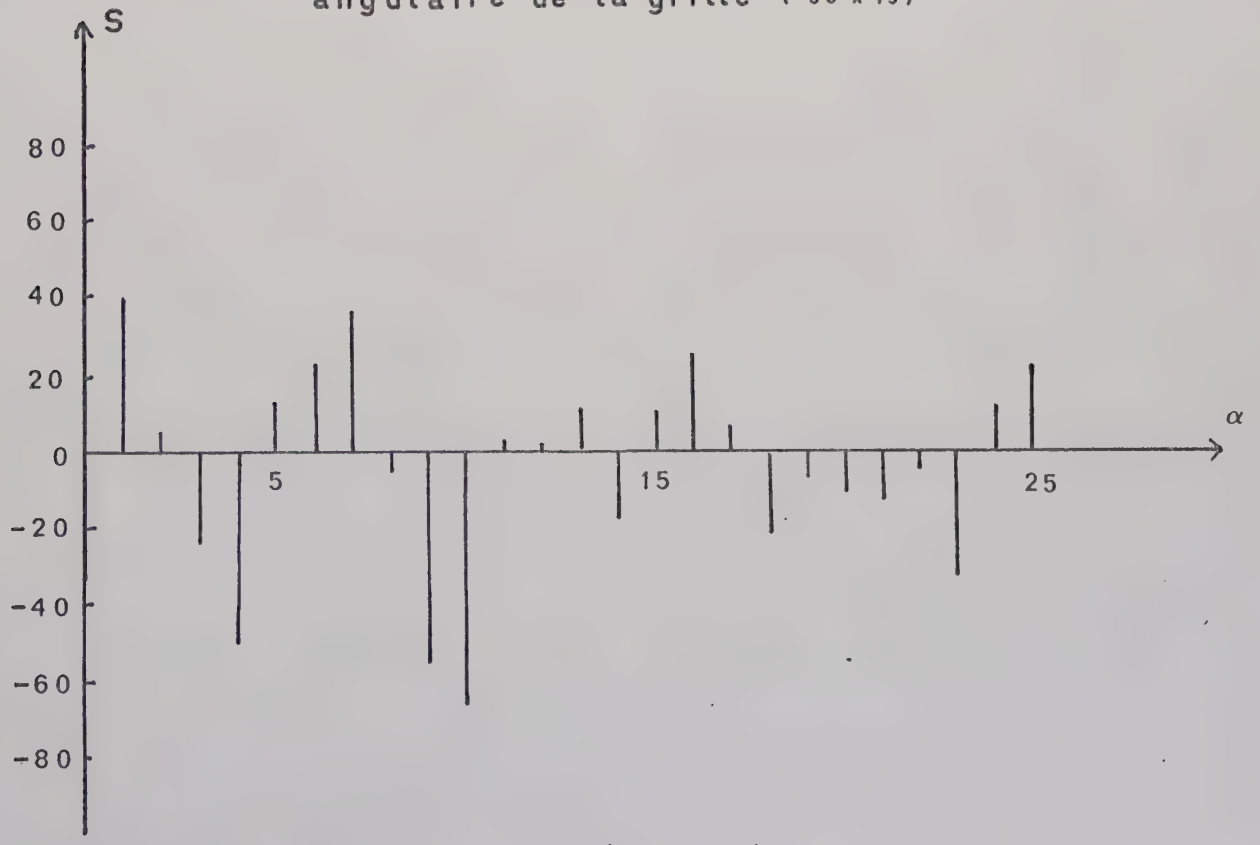
-1	1	-1	0	-1	11	-4	5	1	9	8	-2	6	-3	1	-1	-2	0	3	3	-1	3	3	2	0
1	0	2	2	3	3	5	4	2	-5	-2	0	7	4	-8	0	2	0	-3	-6	-1	-4	0	0	-1
3	-3	0	2	-3	1	0	-2	-5	-9	-1	0	0	-9	-2	-2	3	1	9	1	-3	-1	-3	-1	0
0	0	-1	0	-5	-4	-3	-3	-6	-22	-2	2	5	1	-1	-6	-1	-2	-3	-2	-1	-3	6	-1	2
0	1	-2	-7	-7	-2	4	3	0	0	1	9	-2	2	-3	1	-1	4	3	0	5	2	2	1	1
0	3	-2	1	-1	3	12	-2	7	2	7	1	-3	8	-2	1	-2	-1	-3	3	-4	-3	0	-2	0
0	2	2	-1	6	1	9	4	4	3	0	-4	-4	2	-1	-4	3	4	7	2	-2	-3	2	2	1
2	-1	-1	-1	2	-2	-5	-1	-1	2	-1	3	3	4	-4	-8	-3	3	-1	-1	-3	3	5	-1	1
-1	0	-4	0	-4	-5	-8	-7	-8	-6	-9	-1	-2	3	-2	5	-2	2	5	0	-5	-4	-2	-2	1
-2	-3	-2	-5	-1	-4	-7	-1	-3	-5	-8	-3	-3	-3	-6	-6	3	-1	-2	0	-6	1	-2	2	0
1	2	3	-2	1	-1	-2	6	-3	4	-4	2	12	0	-1	-9	2	-5	-1	-1	-4	0	4	-1	-1
2	1	0	2	-2	5	3	13	4	-2	-1	-3	-8	-2	-3	3	2	2	-2	-2	-8	-2	0	-1	0
0	3	0	4	-2	-1	2	2	-5	1	1	8	4	-2	-3	-2	1	0	-2	-3	0	2	-2	2	2
0	-2	-1	-4	1	-2	6	-5	-9	-3	3	-3	1	-4	3	1	3	0	0	-2	-2	-2	2	-2	2
2	0	1	1	-6	-2	-4	-2	-4	3	3	-4	1	3	-2	-2	4	11	2	7	0	-2	1	1	-2
1	1	-2	2	-1	3	-1	-4	-1	-8	-1	4	12	5	3	6	-4	3	-3	4	-1	5	2	-1	1
0	3	1	-1	3	2	3	2	7	0	6	-2	3	-14	0	-2	0	3	-1	-1	-2	-2	0	0	-2
1	2	1	-1	0	6	-1	-3	-2	1	-5	-4	1	-2	3	-5	-7	-4	-4	-3	1	2	0	1	0
0	-1	-2	2	-1	1	-5	4	3	-2	-5	-4	3	1	2	-3	4	3	-4	1	3	-4	-1	-2	2
1	-1	-4	0	1	-5	-3	2	-6	-1	3	-7	2	7	4	-2	-4	0	0	0	4	1	-1	-1	-1
0	-5	0	-1	-4	-7	2	3	4	2	-7	0	3	-2	3	-1	-4	2	3	-3	-4	-2	1	3	0
-2	-1	-1	4	-6	-3	0	5	0	-1	-9	-2	3	-2	-5	-2	7	5	2	-3	2	2	4	-1	-1
-3	-2	4	0	2	-2	-1	2	-6	2	-2	2	-4	-3	-11	-2	-10	-1	-2	4	1	-1	-2	1	0
0	0	4	0	2	-4	0	1	4	4	4	-10	6	5	0	1	-4	2	1	0	-2	0	-4	-1	2
-2	0	2	1	-1	3	0	3	2	-1	-1	5	4	5	6	-5	2	5	0	-3	-1	1	-1	-1	-1

FLUX DIFFERENTIELS - MATRICE 25 x 25

Figure 86



Signal reçu en fonction de la position angulaire de la grille (50 x 13)



Signaux différentiels (grille de sortie 50 x13)

Figure 87

1	1	0	1
1	1	0	0
0	1	0	1
1	0	1	1

Grille d'entrée

4 x 4

0	0	1	0
0	0	0	1
1	0	0	0
1	1	1	0
1	0	0	0
1	1	0	0
1	0	1	1
0	1	1	0
1	0	0	1
0	0	1	1
1	1	1	0
0	1	1	1
0	0	0	1
1	1	0	1

Grille de sortie

14 x 4

2	2	4	2	2	3	1
2	2	3	4	1	1	1
3	2	4	4	3	1	0
3	3	5	7	3	2	1
2	1	6	5	3	2	0
2	3	3	6	4	2	2
2	0	4	6	4	5	2
1	3	5	5	4	4	1
2	2	5	5	4	4	3
0	1	3	6	5	4	2
2	3	3	6	6	4	2
1	2	3	5	2	5	2
0	0	2	4	3	2	3
2	2	1	5	2	3	1

Flux réels

0	0	1	−2	1	2	0
0	−1	−1	−3	0	−1	−1
0	−2	3	−1	−1	0	−2
1	−3	−1	1	0	1	1
2	1	2	−1	−1	0	1
1	1	0	1	4	−1	0
−2	−2	1	−1	1	−1	2

Flux différentiels

Méthode multiplex

Fig. 88

- pour une fente de 100 mm de hauteur et de 0,1 mm de largeur suivie d'un modulateur mécanique le flux utile correspond à une surface de $5mm^2$.

- pour une grille de dimensions 13x13 (conduisant à une matrice A de 25x25) et dont les éléments mesurent 3 mm x 0,1 mm, la surface correspondante est de 25 mm^2 environ.

D'après notre calcul, avec une matrice 25x25, nous avons obtenu un gain FELLGETT de 5,96. Donc le gain final est de 30. Si nous avions un gain FELLGETT maximum, le gain total serait de 35.

Ceci est faible. Le détecteur n'est pas utilisé correctement : si l'on admet que le détecteur fonctionnne dans les mêmes conditions que dans le cas classique, et en supposant que le bruit de ce détecteur est inversement proportionnel à la fréquence à laquelle il travaille, alors dans notre expérience le bruit est multiplié par 2N. En effet, au lieu de mesurer un signal unique, nous devons effectuer 2N mesures distinctes.

Ce procédé n'est donc véritablement intéressant que si l'on peut augmenter le gain JACQUINOT, puisque le gain FELLGETT est imposé par la taille des grilles et est limité supérieurement par $\sqrt{N}$.

Pour augmenter ce gain JACQUINOT, on peut agir sur la longueur des éléments puisque le gain est proportionnel à leur longueur. Mais il se pose alors un problème pratique d'encombrement. Par exemple, en utilisant un disque de 250 mm de rayon, on peut graver sur celui-ci 10 grilles en prenant des éléments de 3,14 mm de longueur. Ces résultats sont confirmés par T. HIRSCHFELD et G. WYNTJES (40)

Nous avons renoncé à vérifier expérimentalement ce modèle devant les difficultés technologiques de mise en oeuvre qu'elles supposent : la grille de sortie se trouve disposée sur un miroir cylindrique (250 mm de rayo de courbure) ; il faut corriger la distorsion introduite par le réseau, par exemple au niveau de la grille d'entrée en prenant une grille non plane et en remplaçant le miroir cylindrique (grille de sortie) par une grille sphérique (zone) ; il faut enfin, du fait d'inévitables inégalités d'éclairement dans le spectromètre, mesurer les éléments a_i^j expérimentaux.

Cette étude, bien que conduisant à des conclusions pessimistes, est intéressante du point de vue théorique. Prenons le cas d'un système comportant n longueurs d'onde. Supposons que nous voulions étudier p longueurs d'onde. Pour qu'il n'y ait pas trop de bruit pour ces p longueurs d'onde, on peut les décoder à l'aide d'une matrice d'Hadamard de dimensions p x p. Alors, il faut que les n-p longueurs d'onde restantes donnent des signaux nuls. Il y a deux cas que nous pouvons appeler :

a) Hadamard pur lorsque p = n.
b) Girard lorsque p = 1.

Dans le cas (b), les mesures correspondent au décodage d'un élément spectral. La grille peut être haute, et l'on obtient alors des mesures redondantes qu'on additionne. Dans les grilles calculées aux chapitres III et IV, nous nous sommes "arrangés" au mieux pour que les mesures redondantes éliminent les défauts.

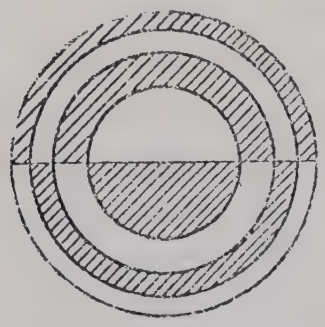
Il est alors intéressant de savoir si, en utilisant des grilles animées d'un mouvement de rotation uniforme, nous pouvons obtenir le cas particulier p = 1 dans des conditions satisfaisantes.

B - GRILLES EN ROTATION UNIFORME

I - GENERALITES

Nous avons présenté deux modèles de grilles vibrantes : parallèlement et perpendiculairement à la direction de dispersion du réseau. Dans d'autres systèmes c'est un miroir (en général le miroir de LITTROW) qui vibre et permet de moduler le faisceau. L'inconvénient essentiel de tels systèmes est que les vibrations, quelque soit le modèle proposé,se propagent et entraînent des vibrations plus ou moins importantes des miroirs du monochromateur. Il se produit ainsi une modulation parasite des faisceaux. D'autre part la vibration des grilles n'est jamais parfaitement sinusoïdale.

VERMANDE (24,25) a mis au point un système dans lequel la modulation du faisceau s'obtient en utilisant des grilles animées d'un mouvement rotatif. Son système (figure 89) est constitué par une série de zones sphériques alternativement opaques ou transparentes, disposées en deux demi-grilles complémentaires. Un tel système transmet peu de vibrations et il est possible d'avoir une "bonne" rotation uniforme.



GRILLE ZONEE DE VERMANDE

FIGURE 89

Avec le montage proposé pour faire de la spectrométrie multiplex, nous pouvons envisager d'étudier le cas particulier où mesurant une combinaison linéaire des flux relatifs à n éléments spectraux nous ne souhaitons connaître que le flux relatif à un élément spectral. Comme précédemment nous pouvons utiliser à l'entrée du monochromateur une grille carrée fixe, et à sa sortie une grille rectangulaire animée d'un mouvement de rotation uniforme.

II - CODAGE

Nous avons choisi de ne mettre sur la grille mobile que deux lignes différentes que nous notons respectivement a et b. La grille mobile est constituée par l'alternance de lignes a,b de façon régulière . Le flux lumineux transmis par le système ne peut alors prendre que deux valeurs : une première valeur correspond au cas où toutes les lignes du type a de la grille mobile sont en correspondance avec les lignes impaires de la grille fixe et le cas contraire.

Indiquons les raisons de ce choix :

- si on utilise deux grilles parfaitement aléatoires,le flux transmis est de 25% du flux incident et il reste constant lors du déplacement de la grille de sortie ; dans le cas où les deux grilles ne sont plus aléatoires le flux lumineux est alors périodique, de période T définieà partir de la vitesse de rotation du système et du nombre de modèles élémentaires de grilles qu'il comporte. Les essais effectués dans cette voie ont montré que dans le cas général la méthode était mauvaise (taux d'ondulation très faible et renforcement important du bruit du détecteur).

- si on utilise au contraire seulement deux flux distincts,nous avons une modulation non négligeable,et à une fréquence correspondant au déplacement de deux lignes de la grille de sortie.

III - CALCUL DES GRILLES

1 - Choix a priori des lignes a et b par une méthode aléatoire.nous effectuons un tirage au sort pour définir quels éléments de a et de b seront opaques.

L'ensemble des deux lignes a et b permet de générer la grille mobile.Du point de vue encombrement de l'unité centrale de l'ordinateur cette méthode permet de ne stocker qu'une ligne du type a et une du type b (figure 90).

2 - Etude d'une zone de la grille fixe.

- grille initiale entièrement opaque de dimension (N)x(N).
- étude de la zone centrale limitée à un carré (n)x(n).
- sélection sur la grille mobile des n éléments centraux des motifs de a et b,tous les autres étant supposés opaques.
- test de deux éléments pris au hasard dans la zone (n)x(n) de la grille fixe et conservation de l'élément qui donne la meilleure fonction de qualité.Lorsque tous les points sont étudiés,la moitié de la zone est transparente et l'autre opaque.
- étude d'une nouvelle zone de la grille fixe située entre les carrés (n+p)x(n+p) et (n)x(n)- p est un nombre petit-.Cette zone utilise les (2p+n) éléments centraux de a et b de la grille mobile.

3 - Encombrement machine:

Le calcul est purement algébrique,et il suffit de calculer à chaque fois l'évolution de la fonction d'appareil si on ajoute le point étudié;trois tableaux sont utilisés:

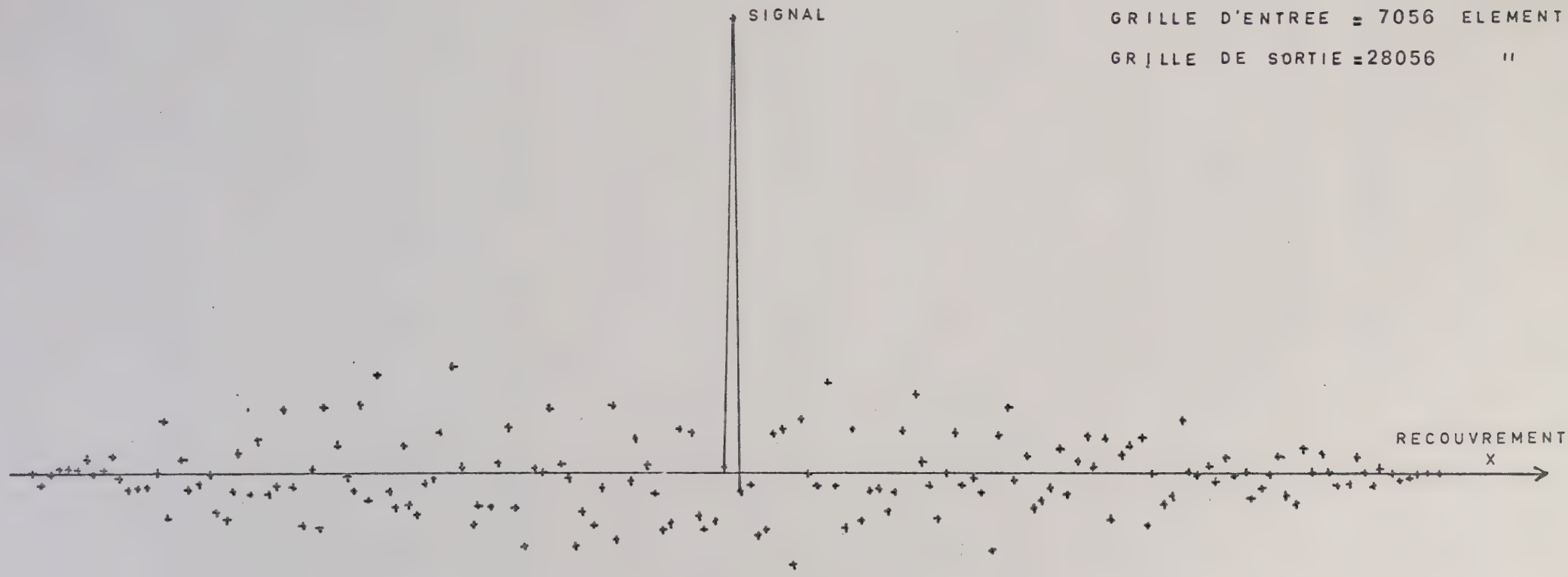
- le tableau S donne la fonction d'appareil à un moment donné
- le tableau T_1 indique l'évolution de cette fonction si on ajoute l'élément 1 au système
- le tableau T_2 est relatif à l'élément 2.

Si 1 est accepté on fait $S=S+T_1$ sinon $S=S+T_2$ (pour des valeurs correspondantes de l'apodisation).

1001101001001100001101111011101000100000101001101001100010011110111100110100110110100 [A]

0110010110110011111001000100010111011111010110010110011101100001000011001011001001011 [B]

CHOIX DES LIGNES A ET B. GRILLE PERIODIQUE FIGURE 90



FONCTION D'APPAREIL . GRILLE EN ROTATION UNIFORME FIGURE 91

D'autre part, dans le calcul lui-même, les points de la grille d'entrée n'interviennent qu'une seule fois et on peut éviter de les conserver. Ceci permet de travailler sur de grosses grilles, directement en unité centrale, et d'accélérer la convergence des modèles.

IV - RESULTATS OBTENUS

La fonction d'appareil présentée ici (figure 91) correspond à une grille d'entrée de 84 x 84 (environ 7 000 éléments). Le taux de modulation effectif est faible : 7,1 %. L'apodisation proche est mal corrigée : il y a un signal parasite représentant 24 % du signal utile. L'écart quadratique moyen est de 38,4 et le rapport signal/bruit est de 13.

Ces résultats sont peu satisfaisants. Ceci semble normal. La grille d'entrée est de nature aléatoire et la grille de sortie périodique. Nous avons expliqué que si les deux grilles ont une nature aléatoire, le taux de modulation tombe au voisinage de zéro d'autant plus vite que la taille des grilles augmente. Inversement, nous pourrions améliorer ce taux de modulation en rendant les deux grilles périodiques, mais dans ce cas l'apodisation est encore moins bien corrigée.

Là encore, nous pouvons obtenir un modèle parfaitement apodisé en utilisant la méthode développée au chapitre II. Prenons le cas le plus simple (figure 92) dans lequel chaque demi-ligne est représentée. Rappelons que les lettres primées indiquent les demi-lignes complémentaires des lettres non primées. Supposons que ce motif se retrouve sur la grille de sortie et de façon périodique. En dehors de la coïncidence le signal n'est pas modulé. A la coïncidence le signal est périodique (figure 93). La décomposition en série de Fourier de ce signal conduit à (appendice C) ;

$$f(t)\frac{1}{2} + \frac{2}{\Pi^2}\cos\omega t + \frac{2}{\Pi^2}\cos 2\omega t + \frac{2}{9\Pi^2}\cos 3\omega t + \ldots$$

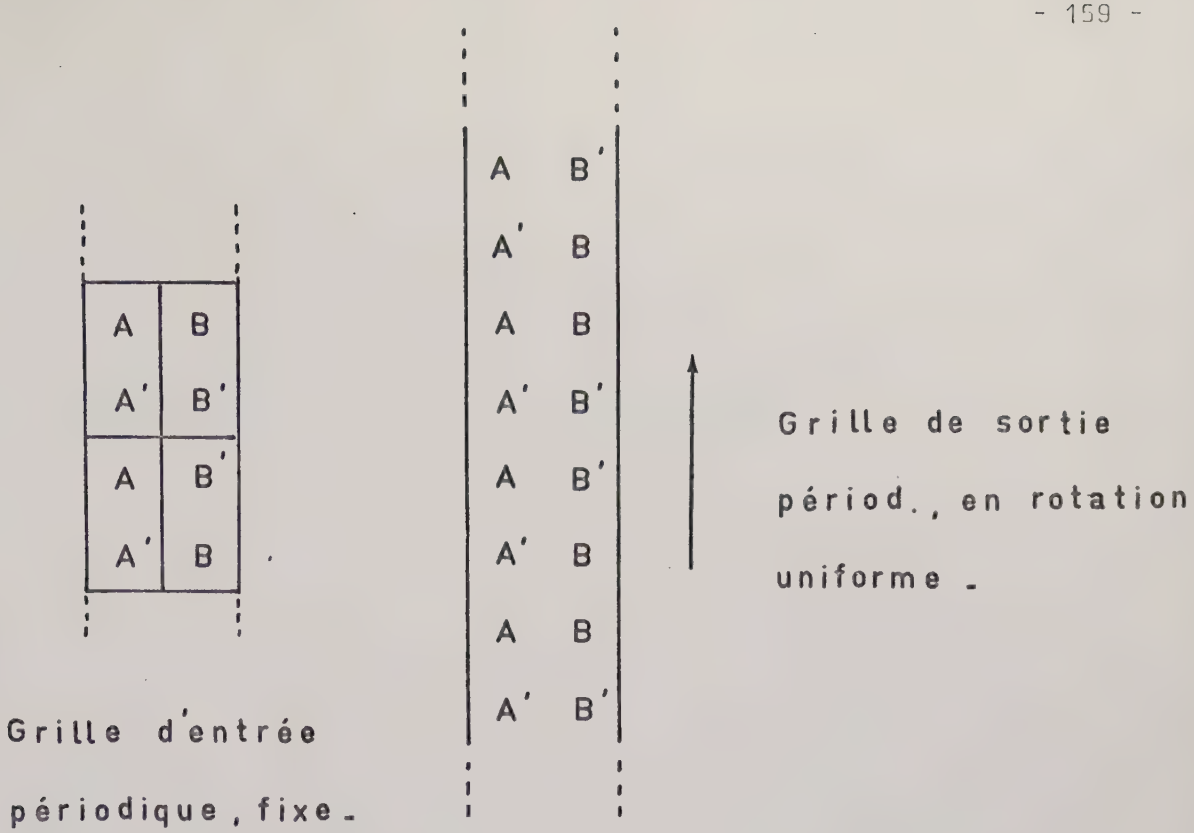
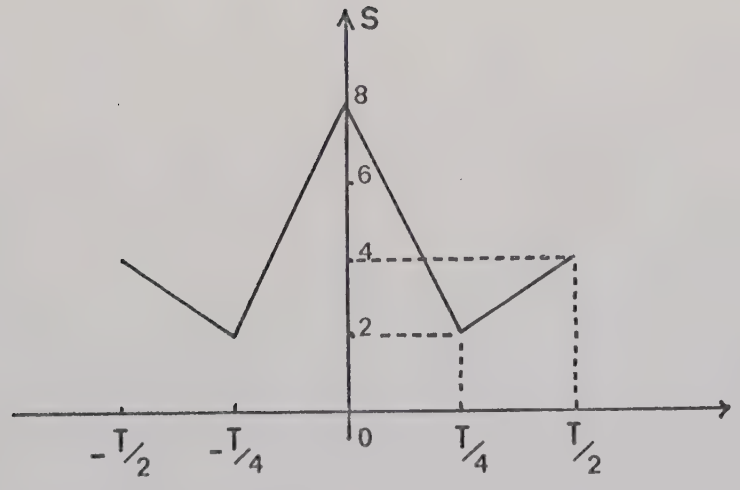


FIGURE 92



Aspect du signal à la coïncidence

FIGURE 93

Nous avons essentiellement deux signaux sinusoïdaux, de même amplitude, à la fréquence N et à la fréquence 2N. Mais comme nous l'avons indiqué au chapitre II, un tel modèle est très sensible aux inégalités d'éclairements. Dans ce modèle il faut que quatre lignes différentes (ab, a'b', ab et ab') aient un éclairement uniforme, sinon il y aura une modulation parasite à la fréquence N, donc aussi à la fréquence 2N.

	Taille des grilles (NOMBRE D'ELEMENTS)	Taux de modulation	Apodisation E.Q.M. (NORMALISES AVEC S=100	Avantages ou inconvéniants	
Grille de type NEILL	32 768 65 536	≃ 43 %	0	- Théoriquement parfaite - Grande sensibilité aux défauts de l'éclairement du champ	1
Grilles calculées : vibration ⊥ dispersion	GRILLE RECTANGULAIRE 134 560	38,4 %	0,0037	- Bonne apodisation - Haute résolution	2
	GRILLE CIRCULAIRE 105 600	37,4 %	0,0027		
Grille calculée : vibration // dispersion	1 024	26,2 %	0,14	- Fente équival. de largeur variable - Déconvolution nécessaire	3
Grilles allongées pour spectrographes	GRILLE DISSYMETR. (AMELIOREE) _ 784	40,9 %	0,025	cf 2	4
	GRILLE SYMETRIQUE 4 370	39,4 %	0,49		
Grille en rotation	28 000	7,1 %	71,8	- Faible modulation et mauvaise apodisation par rapport à 2,3,4.	5

Spectromètrie multiplex avec des grilles	NOMBRE D'ELEMENTS SPECT.	GAIN HADAMARD	GAIN MAXIMUM	GAIN OBSERVÉ		
	7	2,004	3,742	2,535	- Faible modulation - Petites grilles	6
	25	3,606	7,071	5,963		

Figure 94 - Comparaison des modèles obtenus

CONCLUSIONS

Dans le cadre des recherches en vue d'augmenter l'étendue optique des spectrographes et des spectromètres ,nous avons étudié des systèmes de multifentes permettant le remplacement des fentes de ces appareils . De nombreux types de codages sont possibles et certains ont donné lieu à des réalisations pratiques .Citons les grilles de GIRARD,NEILL et VERMANDE .

Nous avons réalisé des modèles voisins de ceux de GOLAY et NEILL . Ces modèles sont parfaitement apodisés et ont de grandes dimensions .Le taux de modulation du signal est élevé .Ils ne permettent pas de travailler à haute résolution ,car ils sont très sensibles aux inégalités d'éclairement du champ .

Nous avons mis au point une technique de calcul permettant d'obtenir des grilles utilisables en spectrographie et en spectromètrie à haute résolution .Ces grilles vibrantes ,à répartition calculée ,sont de deux types :

- lorsque la direction de vibration est orthogonale à la direction de dispersion ,les grilles sont équivalentes à une fente de largeur fixe ;
- lorsque la direction de vibration est parallèle à la direction de dispersion ,les grilles sont équivalentes à une fente de largeur variable. Cette dernière technique nécessite une déconvolution du signal .

Nous avons étudié des modèles de grilles permettant de faire de la spectromètrie multiplex .Les gains observés sont faibles .

Nous avons cherché des systèmes de multifentes animés d'un mouvement de rotation uniforme .Ces systèmes ont une faible luminosité .

Les différents calculs ont montré que nous sommes en présence de variables liées :

- si le caractère aléatoire d'un système augmente ,l'influence des inégalités d'éclairement du champ ainsi que sa luminosité diminuent , et inversement ;
- si les grilles sont parfaitement ordonnées ,l'apodisation proche devient mauvaise du fait des inégalités d'éclairement ,et le taux de résolution est faible .

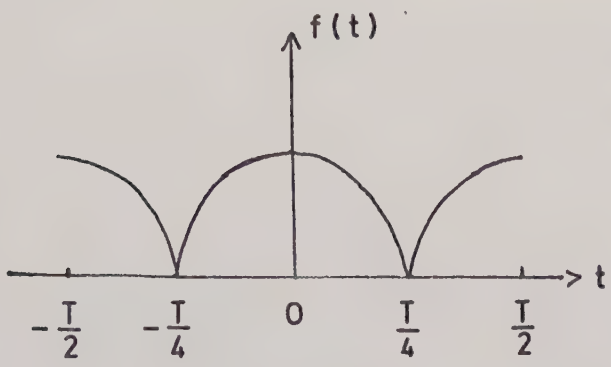
Il ne semble pas qu'il existe des grilles idéales. Les grilles, vibrantes, à répartition calculée offrent un bon compromis entre les divers paramètres qui interviennent :

- elles sont de grandes dimensions, ce qui permet d'augmenter de façon considérable l'étendue optique des spectromètres (gain supérieure à 100)
- elles sont lumineuses (taux de modulation de l'ordre de 37%)
- l'apodisation proche est parfaitement corrigée. Elles sont d'autant mieux corrigées que les grilles sont de grandes dimensions.
- elles sont insensibles aux inégalités d'éclairement, les grilles étant localement bien apodisées.
- elles permettent d'obtenir des taux de résolution très élevés (supérieurs à 200 000).

Les modèles que nous avons proposés sont maintenant largement utilisés. A Dijon, notre laboratoire possède un spectromètre infra-rouge à haute résolution qui est équipé de grilles à répartition calculée depuis 1969(22). Les grilles utilisées sur un spectrographe construit par P. BOUCHAREINE ont montré que l'apodisation proche des grilles est meilleure que celle des grilles hyperboliques et que la forme rectangulaire des éléments tolère un léger astigmatisme de l'optique (23). La Société REOSC commercialise un spectromètre à grilles et a adapté notre modèle sur son appareil (31) .

APPENDICES

A) Vibration perpendiculaire à la direction de dispersion du réseau :



A la coïncidence (figure 31) le signal modulé est de la forme

$$f(t) = |\cos \omega t|$$

Cherchons la décomposition de $f(t)$ en série de Fourier

$f(t)$ est une fonction paire donc

$$f(t) = \frac{a_o}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\,\omega t$$

en posant $x = \omega t$, pour $n \neq 0$ on a

$$a_n = \frac{2}{\Pi} \int_o^{\Pi/2} \cos x \cos nx\, dx - \frac{2}{\Pi} \int_{\Pi/2}^{\Pi} \cos x \cos nx\, dx$$

si $n \neq 1$ alors $a_n = \dfrac{4 \sin(n-1)\,\Pi/2}{\Pi(n^2 - 1)}$

si $n = 2k + 1$ $\quad a_{2k+1} = 0$

si $n = 2k$ $\quad a_{2k} = \dfrac{4(-1)^{k+1}}{\Pi(4k^2 - 1)}$

si $n = 1$ $\quad a_1 = \dfrac{2}{\Pi} \displaystyle\int_o^{\Pi/2} \cos^2 x\, dx - \frac{2}{\Pi} \int_{\Pi/2}^{\Pi} \cos^2 x\, dx = 0$

si $n = 0$ $\quad a_o = \dfrac{2}{\Pi} \displaystyle\int_o^{\Pi/2} \cos x\, dx - \frac{2}{\Pi} \int_{\Pi/2}^{\Pi} \cos x\, dx = \frac{4}{\Pi}$

donc on peut écrire

$$f(t) = \frac{2}{\Pi} + \frac{4}{3\Pi} \cos 2\,\omega t - \frac{4}{15\Pi} \cos 4\,\omega t + \ldots + \frac{4(-1)^{k+1} \cos 2\,k\,\omega t}{(4k^2 - 1)\ \Pi}$$

le terme modulé le plus important est à la fréquence $2N$.

B) Vibration parallèle à la direction de dispersion du réseau :

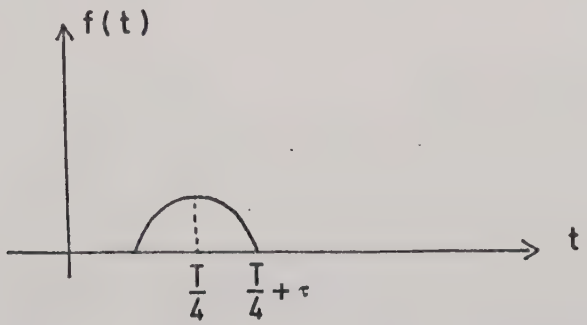
A la coïncidence (X = 0) , on retrouve le cas précédent. Dans le cas général nous appelons X la distance entre deux éléments à l'instant t = 0, b la largeur d'un élément et ℓ l'amplitude de vibration à la pulsation ω .

Si $|X| > \ell + b$ le flux n'est pas modulé

Si $|X| < \ell + b$ nous envisageons séparément deux cas suivant la valeur de ℓ.

Premier cas : $\ell < b/2$:

α) $b - \ell < |X| < b+\ell$:



Si on change $t \to t + T/4$ la fonction obtenue est :

$$\begin{cases} y(t) = a\ell \cos \omega t + a\,|b - |X|\,| & \text{pour } 0 < t < \tau \\ y(t) = 0 & \text{pour } \tau < t < T/2 \end{cases}$$

avec $y(\tau) = 0$; $\cos \omega \tau = \cos u_o = \dfrac{|X| - b}{\ell}$

On obtient alors

$$y(t) = \frac{a\ell}{\Pi} (\sin u_o - u_o \cos u_o) + \frac{a\ell}{\Pi} (u_o - \sin u_o \cos u_o) \cos \omega t + \ldots$$

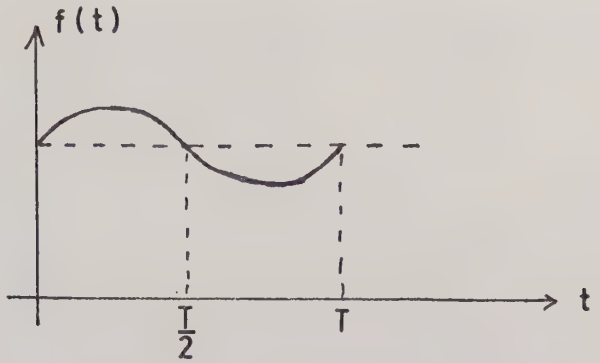
$$+ \frac{a\ell}{\Pi} \left(\frac{\sin(n-1)u_o}{n(n-1)} - \frac{\sin(n+1)u_o}{n(n+1)}\right) \cos n\omega t + \ldots$$

Si on change $t \to t - T/4$, la composante de pulsation 2ω vaut :

$$a_{2\omega} = - \frac{2a\ell}{3\Pi} \sin^3 u_o .$$

$a_{2\omega}$ est maximal lorsque $|X| = b$

β) $\underline{\ell < |X| < b - \ell}$:

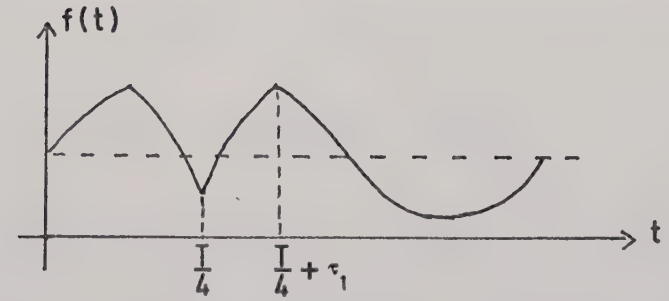


Si on change $t \to t + T/4$ la fonction obtenue est :

$$y(t) = a\ell \cos \omega t + a\,|b - |X||$$

donc $a_{2\omega} = 0$

γ) $\underline{|X| < \ell}$:



Si on change $t \to t + T/4$ on obtient :

$$\begin{cases} y(t) = -a\ell \cos \omega t + a\,|b + |X|| \text{ pour } 0 < t < \tau_1 \\ y(t) = +a\ell \cos \omega t + a\,|b - |X|| \text{ pour } \tau_1 < t < T/2 \end{cases}$$

avec $\cos \omega \tau_1 = \cos u_1 = \frac{|x|}{\ell}$

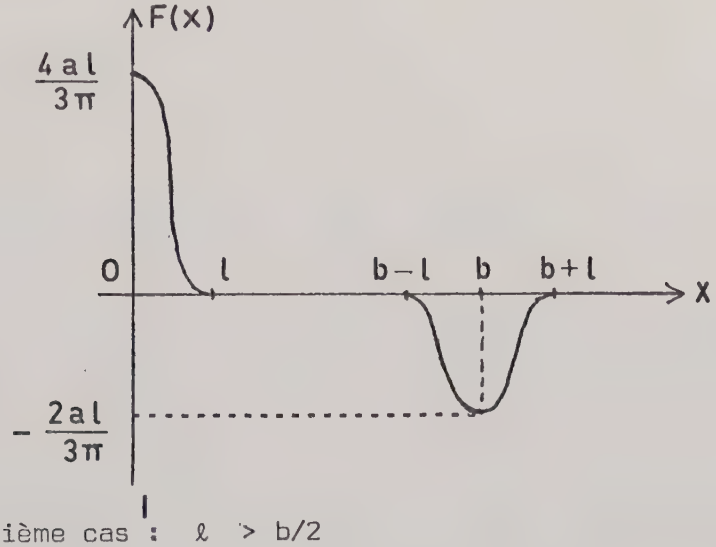
L'harmonique de rang n vaut :

$$a_{n\omega} = \frac{4a\,|X|}{\Pi\, n} \sin n u_1 - \frac{2a\ell}{\Pi} \left| \frac{\sin(n+1)u_1}{n+1} + \frac{\sin(n-1)u_1}{n-1} \right|$$

Si on change $t \to t - T/4$ la composante de pulsation 2ω vaut :

$$a_{2\omega} = + \frac{4a\ell}{3\Pi} \sin^3 u_1$$

Nous obtenons alors la fonction d'appareil suivante :



Deuxième cas : $\ell > b/2$

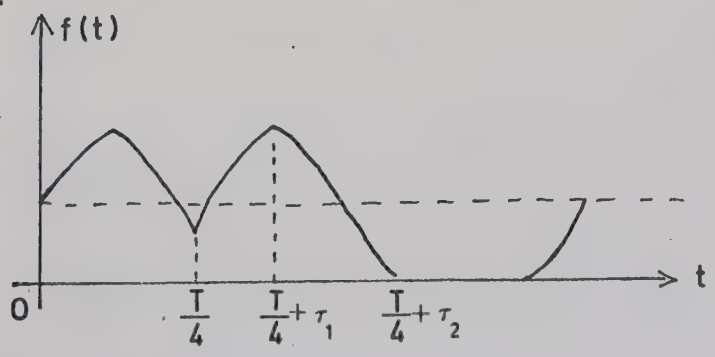
Nous obtenons les mêmes courbes que précédemment, mais les domaines sont modifiés.

Pour $|X| > b + \ell$ le flux n'est pas modulé

α) $\ell < |X| < b+\ell$:

$$a_{2\omega} = - \frac{2a\ell}{3\Pi} \sin^3 u_o \quad \text{avec} \quad u_o = \text{Arc cos} \frac{|X| - b}{\ell}$$

β) $|X| < \ell$:



en changeant $t \to t + T/4$

$$\begin{cases} y(t) = -a\ell \cos \omega t + a\,|\,b + |X|\,| & \text{pour } 0 < t < \tau_1 \\ y(t) = +a\ell \cos \omega t + a\,|\,b - |X|\,| & \text{pour } \tau_1 < t < \tau_2 \\ y(t) = 0 & \text{pour } \tau_2 < t < T/2 \end{cases}$$

L'harmonique de rang n vaut :

$$a_{n\omega} = \frac{4a\,|X|}{n\,\Pi} \sin n u_1 + \frac{2a\,|b - |X||}{n\,\Pi} \sin n\,u_2$$

$$- \frac{2a\ell}{\Pi} \left| \frac{\sin (n+1)u_1}{n+1} + \frac{\sin(n-1)u_1}{n-1} - \frac{\sin(n+1)u_2}{n+1} - \frac{\sin(n-1)u_2}{n-1} \right|$$

avec $u_1 = \text{Arc cos } \frac{|X|}{\ell}$

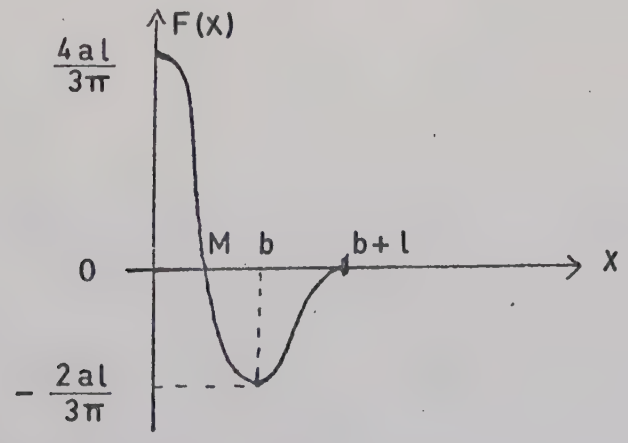
$$\cos u_2 = -\frac{b - |X|}{\ell} \quad \text{si} \quad b - \ell < |X|$$

$$\cos u_2 = -1 \quad \text{si} \quad b - \ell > |X|$$

Pour la pulsation 2ω nous avons une amplitude :

$$a_{2\omega} = \frac{4a\ell}{3\Pi} \sin^3 u_1 - \frac{2a\ell}{3\Pi} \sin^3 u_2$$

Nous obtenons la fonction d'appareil suivante :



Position de M : $a_{2\omega} = 0$ si $2 \sin^3 u_1 = \sin^3 u_2$

ce qui conduit à une équation du second degré en X :

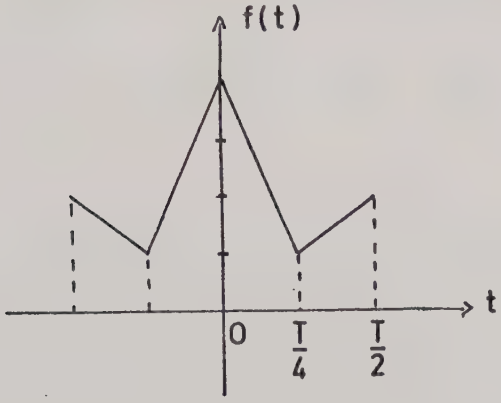
$$X^2(1 - 2^{2/3}) - 2b\,|X| + 2^{2/3}\,\ell^2 - \ell^2 + b^2 = 0$$

Donc $M = M(\ell)$

Pour $\ell = b/2$ M se trouve en $X = b/2$

Pour $\ell = b$ M se trouve en $X \simeq 0{,}67\ b$

C) Grille en rotation uniforme du type NEILL :



A la coïncidence le signal modulé est de la forme (entre 0 et T/2) :

$f(t) = \frac{-3\ \omega t}{2\ \Pi} + 1$ pour $0 < t < T/4$

$f(t) = \frac{\omega t}{2\Pi}$ pour $\frac{T}{4} < t < T/2$

f(t) est une fonction paire ; pour $n \neq 0$ et en posant $x = \omega t$

on a

$$a_n = \frac{2}{\Pi} \int_0^{\Pi/2} \left(-\frac{3x}{2\Pi} + 1\right) \cos nx\ dx + \frac{2}{\Pi} \int_{\Pi/2}^{\Pi} \frac{x}{2\Pi} \cos nx\ dx$$

si $n = 2p$ $\quad a_{2p} = \frac{1}{p^2\Pi^2}\,|1 - (-1)^p|$

si $n = 2p+1$ $\quad a_{2p+1} = \frac{2}{(2p+1)^2\ \Pi^2}$

si $n = 0$ $\quad a_o = \frac{2}{\Pi} \int_0^{\Pi/2} \left(-\frac{3x}{2\Pi} + 1\right)dx + \frac{2}{\Pi} \int_{\Pi/2}^{\Pi} \frac{x}{2\Pi}\ dx = 1$

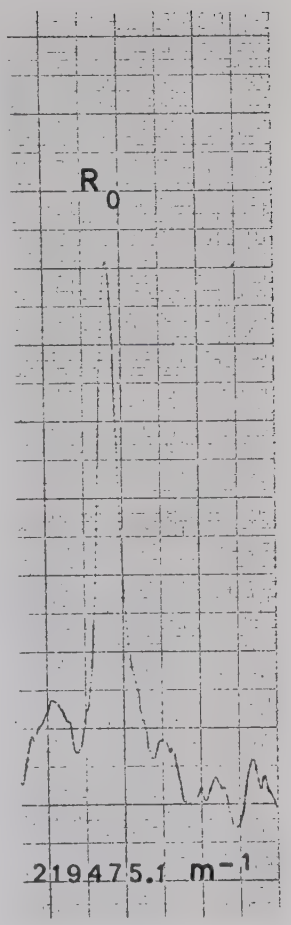
soit $f(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\Pi^2} \cos \omega t + \frac{2}{\Pi^2} \cos 2\ \omega t + \frac{2}{9\Pi^2} \cos 3\ \omega t + \ldots$

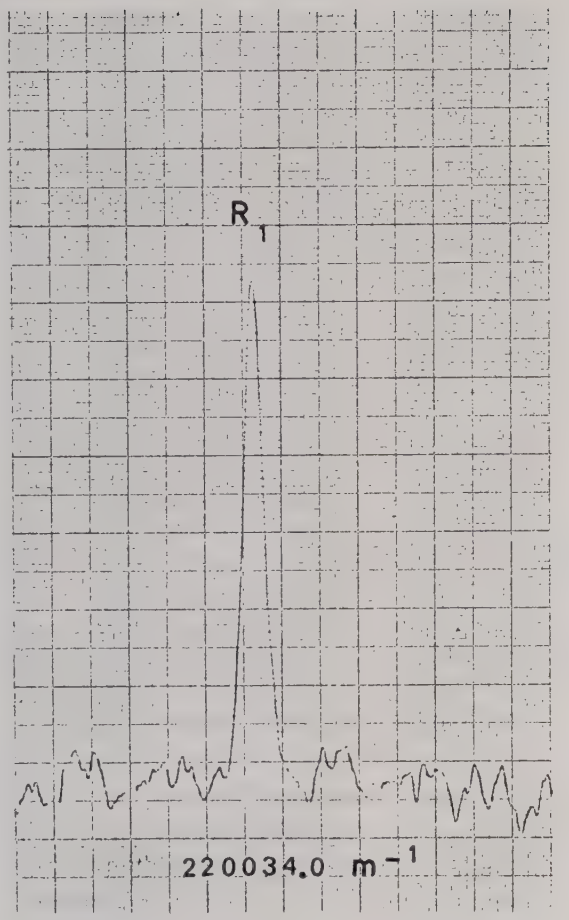
Quelques raies extraites de la bande ν_3 du SILANE

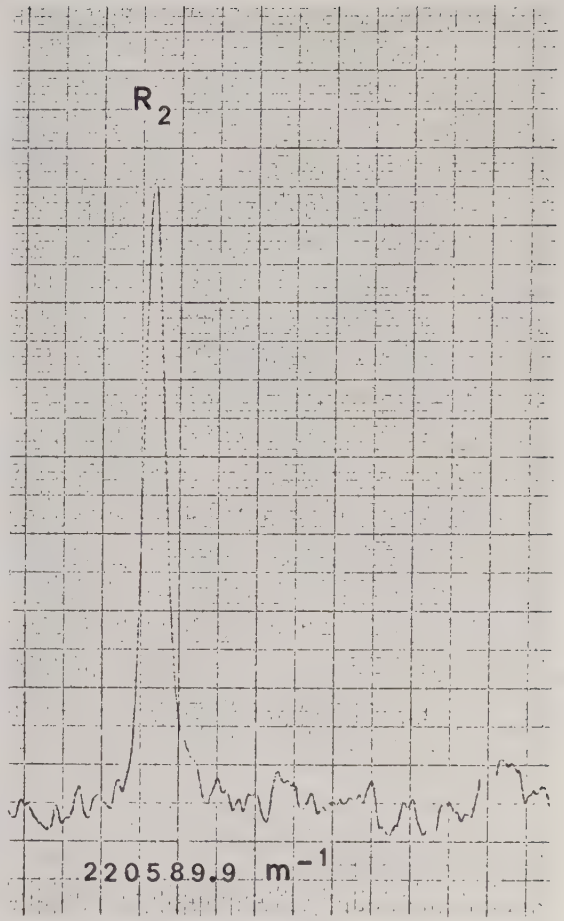
vers 2190 cm^{-1}

obtenues par G. PIERRE (39)

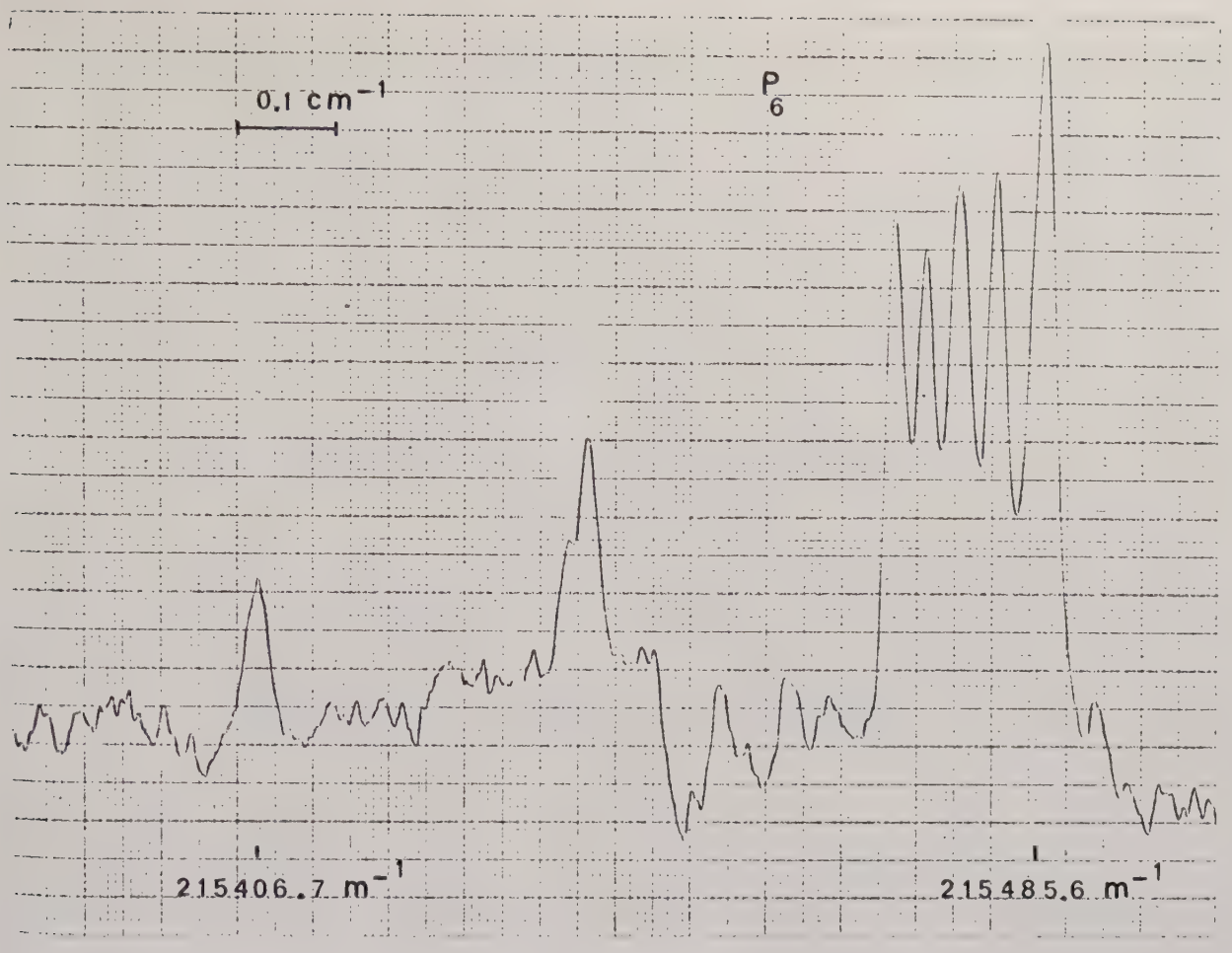
- Cuve d'absorption de 25 cm de longueur
- Pression de 2 Torr
- Pas des éléments de la grille 100 μ
- Température de 160 °K
- $\Delta\nu$ observé voisin de 0.02 cm^{-1} (ce qui correspond au pouvoir de résolution du réseau).

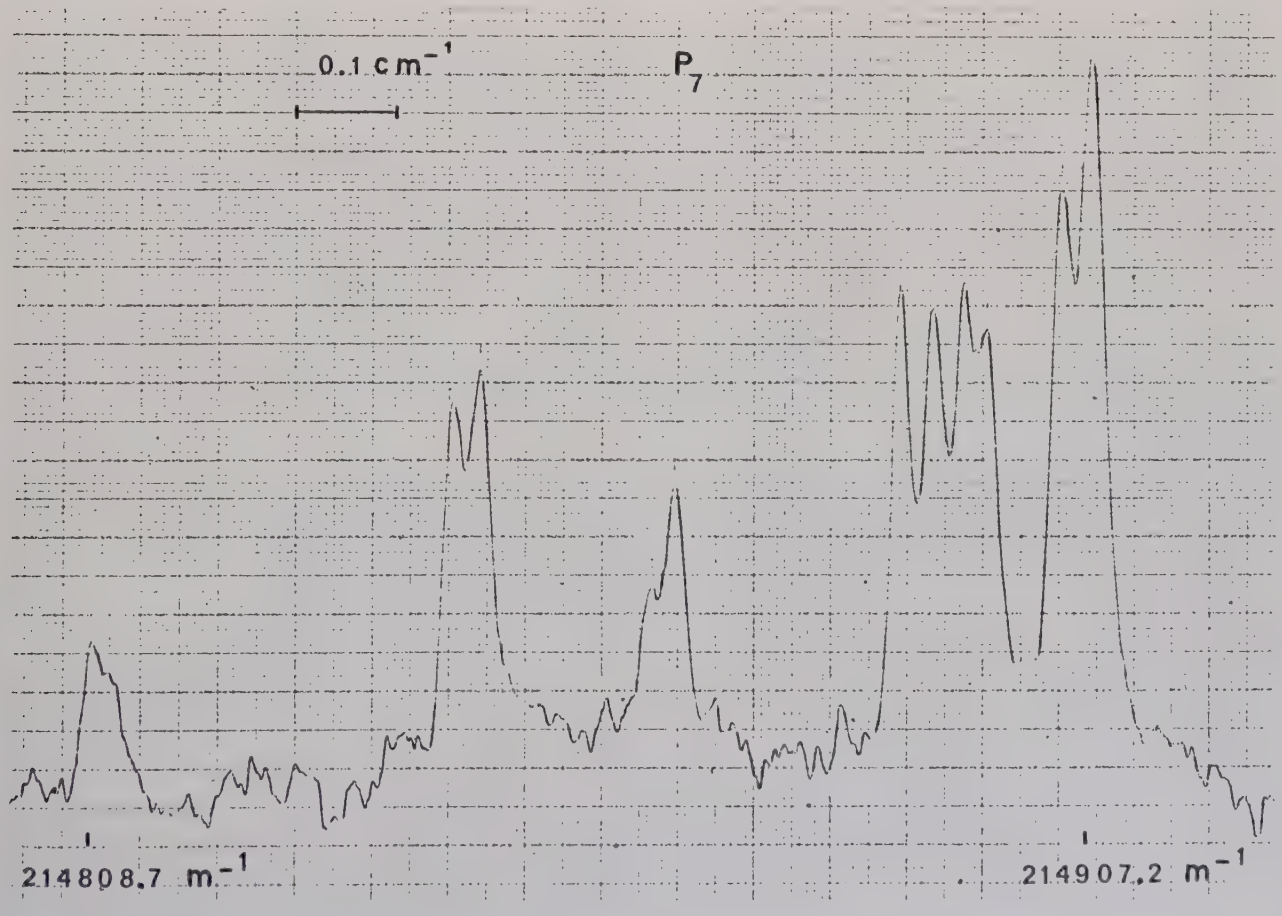






SILANE ν_3 $\Delta\nu \simeq 2\ m^{-1}$





SILANE ν_3 $\Delta\nu = 2$ m^{-1}

Une partie des bandes $2\nu_3$ et $\nu_1 + \nu_3$ du SILANE

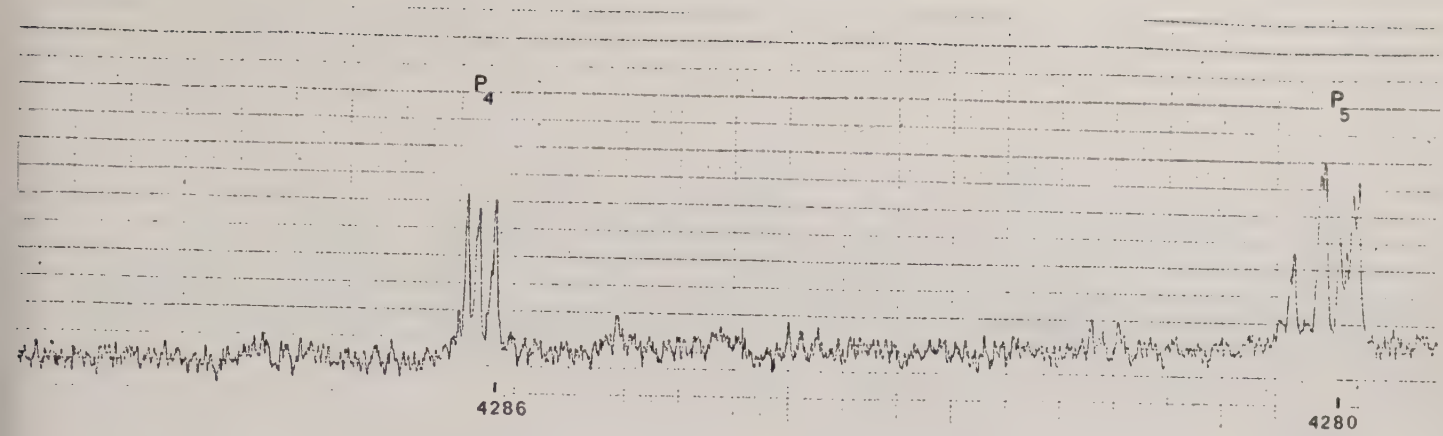
entre

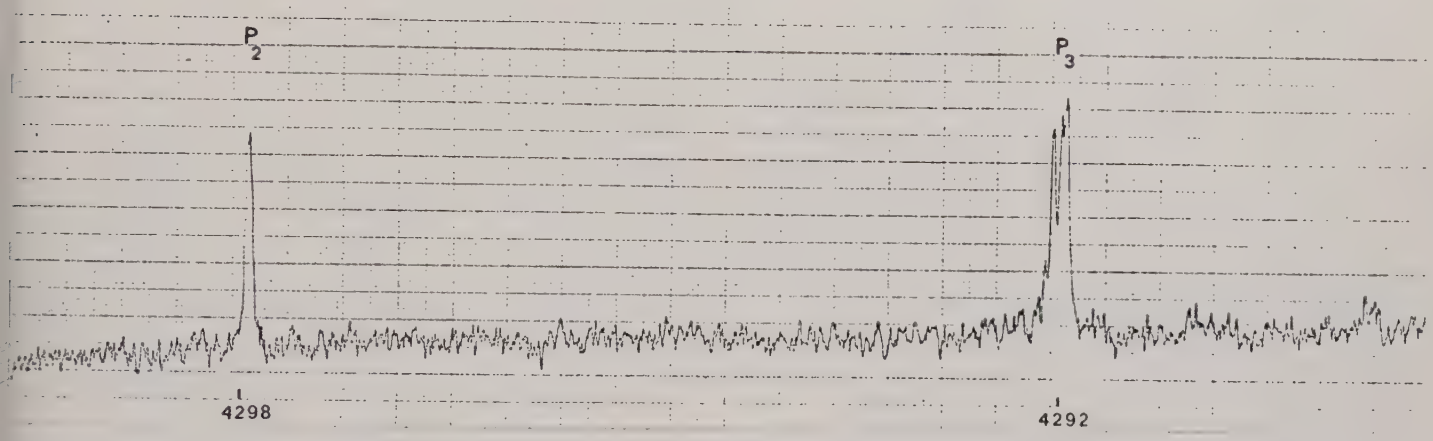
$4280\ cm^{-1}$ et $4420\ cm^{-1}$

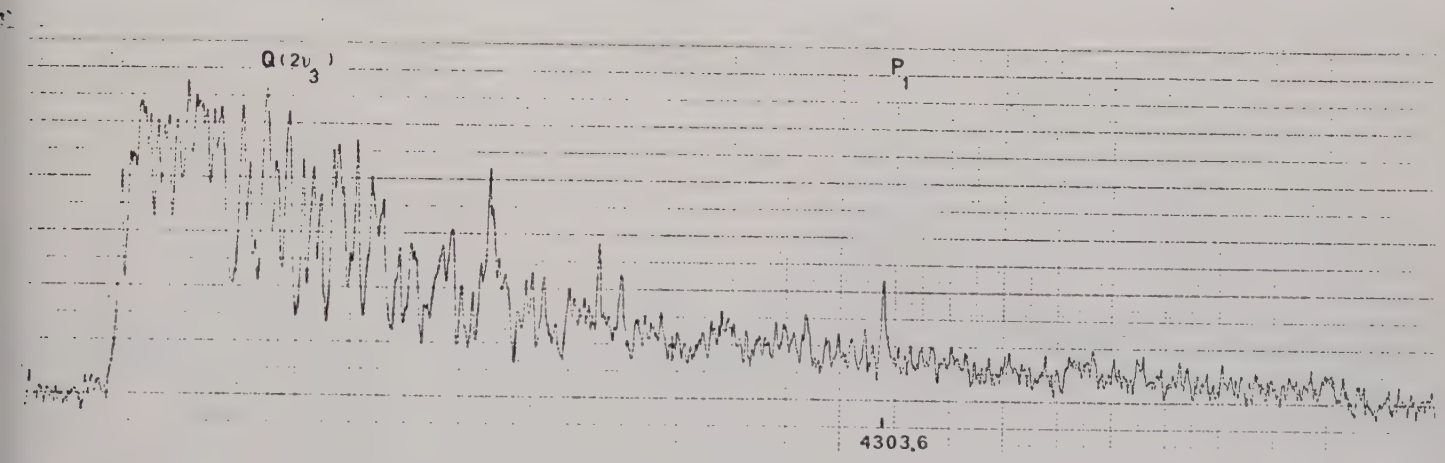
obtenues par R. BREGIER et P. LEPAGE (38)

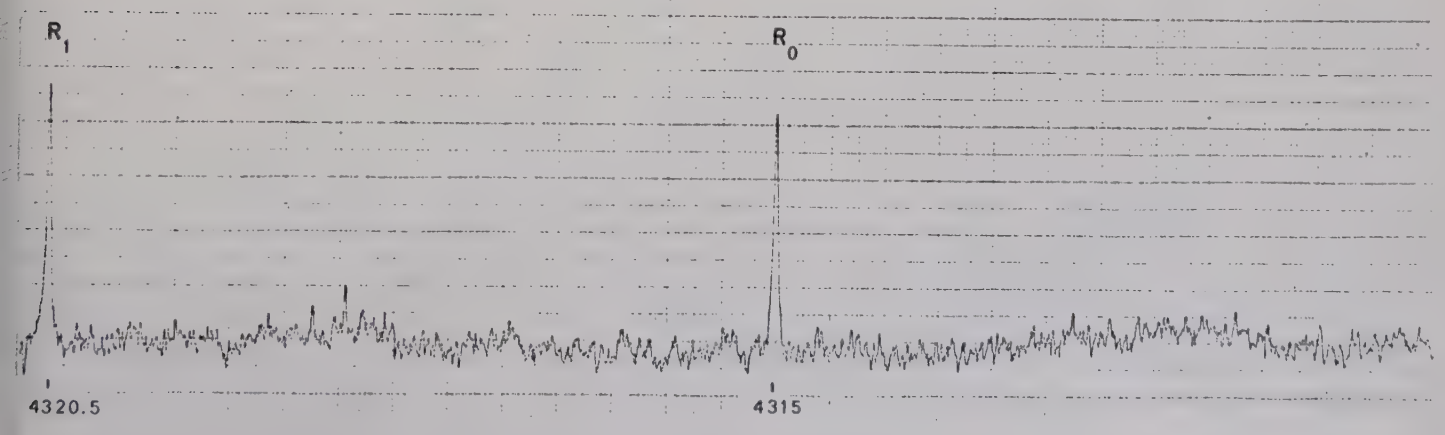
- Cuve d'absorption de 25 cm de longueur
- Pression de 50 mm de mercure
- Pas des éléments sur la grille 100 μ
- Température de 183 °K
- Précision des pointés : $0.003\ cm^{-1}$
- $\Delta\nu$ observé voisin de $0.04\ cm^{-1}$

Les raies de la bande $\nu_1+\nu_3$ sont notées en caractères plus gras que celles de la bande $2\nu_3$.

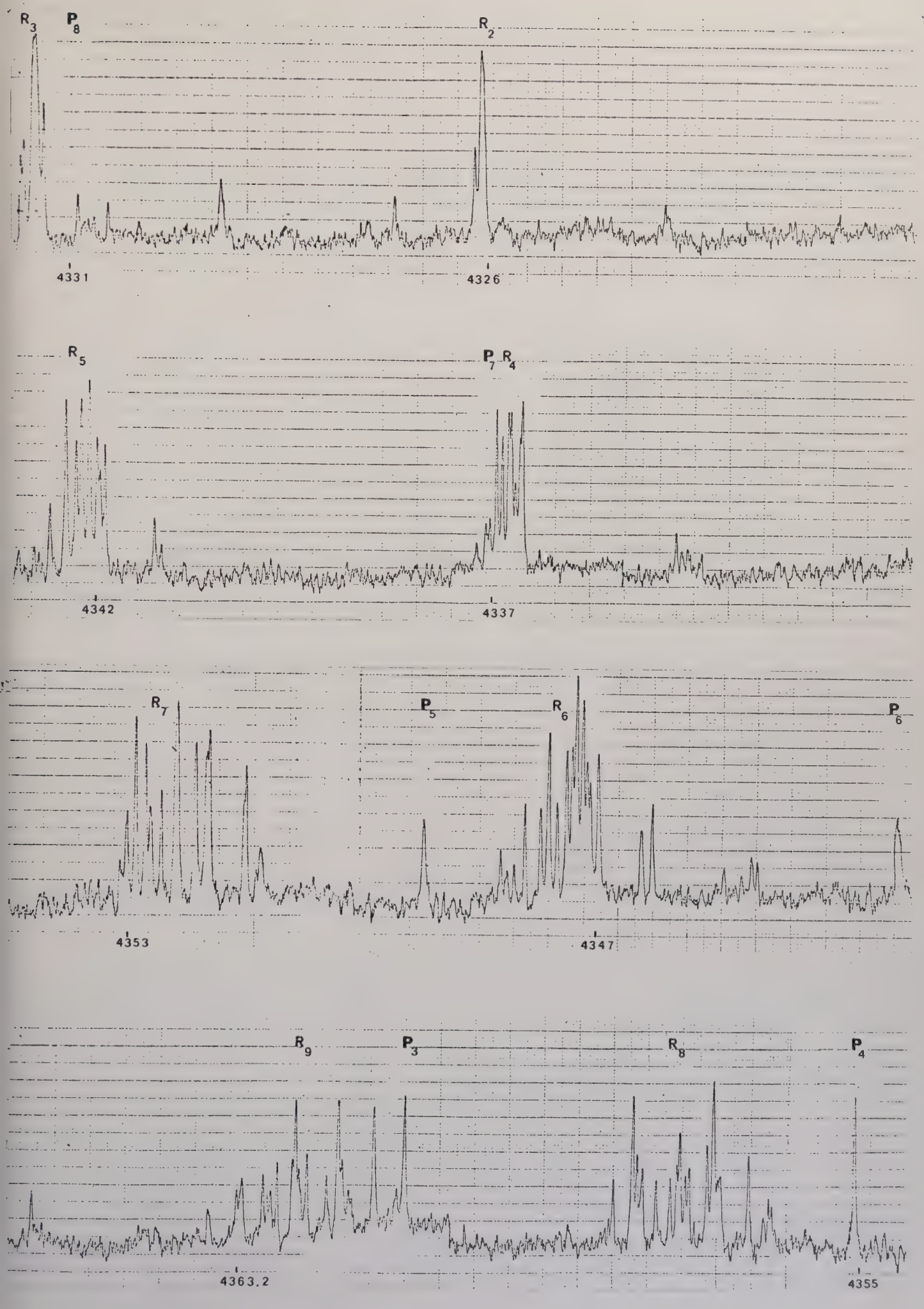




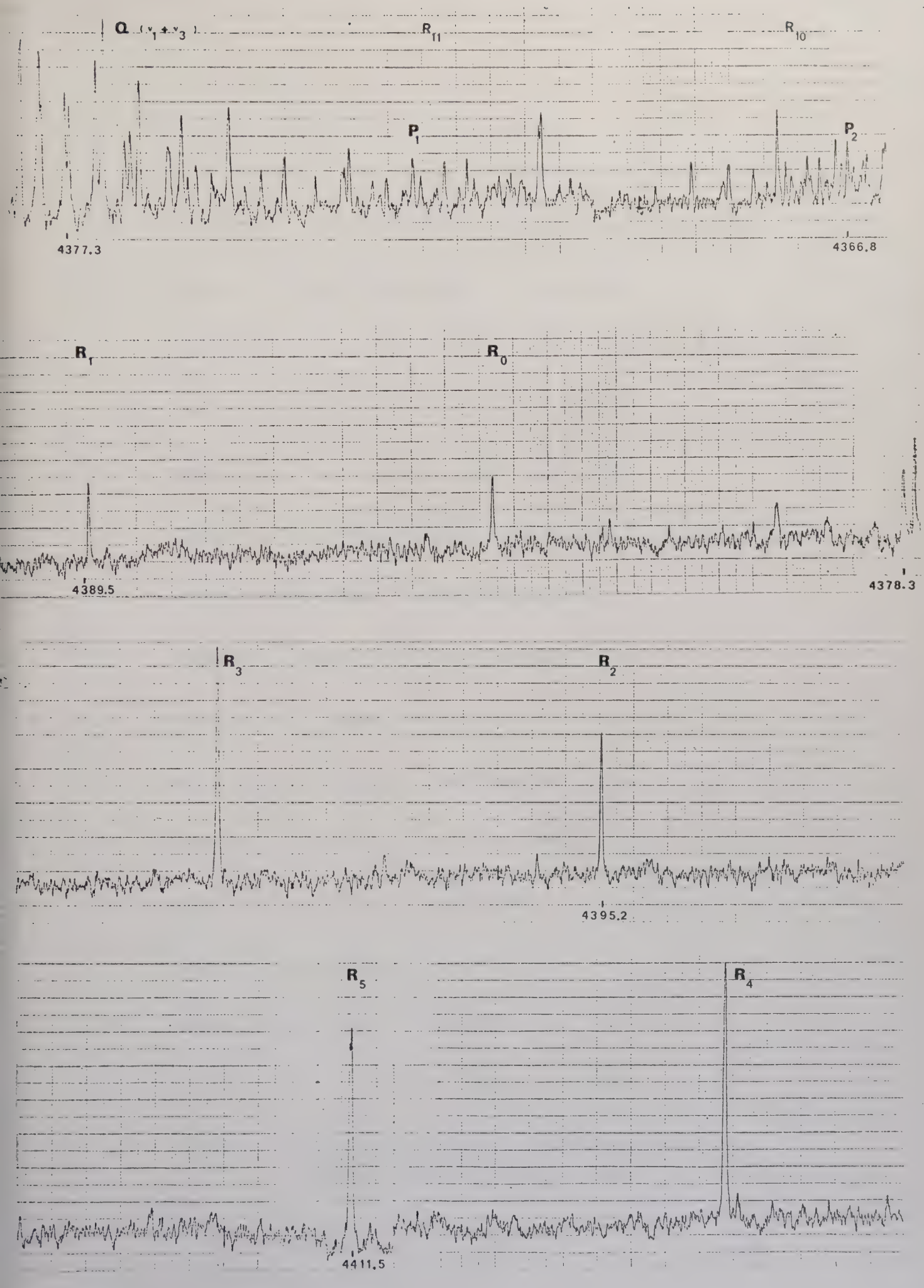




SILANE $^{2}\nu_{3}$



SILANE $\nu_1 + \nu_3$ et $2\nu_3$



SILANE $\nu_1 + \nu_3$

BIBLIOGRAPHIE

1 - JACQUINOT F. , Jour. Phys. Radium, 19,223,1958

2 - CHABBAL R. , Jour. Phys. Radium, 19,246,1958

3 - FELLGETT P. , Jour. Phys. Radium, 19,187,1958

4 - CONNES P. , Jour. Phys. Radium, 19,215,1958

5 - GERBIE H.A. , Jour. Phys. Radium, 19,230,1958

6 - CONNES J., Jour. Phys. Radium, 19,197,1958

7 - HERTZ L. , Jour. Phys. Radium, 19,233,1958

8 - TINSLEY B.A., Appl. Opt., 5,7,1139,1966

9 - WALSH , Am. J. Math., 45,5,1923

10 - GOLAY M.J.E., J.O.S.A. , 39,6,437,1949

11 - GOLAY M.J.E., J.O.S.A. , 41,7,468,1951

12 - GOLAY M.J.E., J.O.S.A., 43,58,1953

13 - GIRARD A., Optica Acta, 1,81,1960

14 - GIRARD A., Appl. Opt., 2,79,1963

15 - GIRARD A., Jap. J.O.A. Phys., Sup I, 379,1965

16 - GIRARD A., Etude d'un spectromètre à modulation sélective.
Publication O.N.E.R.A. n° 117, 1967

.../

17 - GIRARD A., Thèse - PARIS - 1966

18 - MORET-BAILLY J. et CADOT J., Grilles de spectromètre à répartition aléatoire de figures géométriques.
C.R. Acad. Sc. PARIS, 263 B,681,1966

19 - CADOT J. , Nouvelle Revue d'Optique Appl. 1,2,79,1970

20 - NEILL H.W., Technical Memorandum 42-62. Naval Ordnance Laboratory Corona. Comm. 50th Anniversary Meeting of the Opt. Soc. Am. Washington 1966

21 - MILAN C., Rapport de D.E.A., DIJON 1969

22 - MORET-BAILLY J., MILAN C., CADOT J., Nouvelle Revue d'Optique Appl. - Un nouveau type de grille de spectromètre, 1,3,137,1970

23 - BOUCHAREINE P. - Thèse - Laboratoire Aimé Cotton - PARIS 1970

24 - VERMANDE P., Journal de Physique 29,1041,1968

25 - VERMANDE P., Thèse C.N.R.S., AO, 4568, 1970

26 - NELSON E.D. et FREDMAN M.L. , Hadamard Spectroscopy - J.O.S.A., vol 60,n°12, 1970.

27 - SLOANE N.J.A., T. FINE, P.G. PHILLIPS and M. HARWIT , Appl. Opt. 8,2103,1969

28 - DECKER J.A., Jr, and M. HARWIT , Appl. Opt. 8,2552,1969

29 - DECKER J.A., Jr, Opt. Spectra 4,(4),45,1970

30 - VIENOT J.CH., DUVERNOY J. et TRIBILLON G., Nelle Revue d'Opt. Appl., 2,5,1971

31 - NOTICE technico-commerciale sur le spectromètre à grilles, licence O.N.E.R.A. JOBIN-YVON - Société Générale d'Optique.

32 - CADOT J. BREGIER R., LEPAGE P. - Essais d'un spectromètre utilisant des

.../

grilles à répartition aléatoire de figures géométriques identiques- C.R. Acad. Sc. 1966, t.263,p.732-734

33 - MARECHAL A. - Imagerie géomètrique - Aberrations

34 - CADOT J. ,Thèse DIJON - 1968

35 - MORET-BAILLY J. et BREGIER R. C.R. Acad. Sc. Paris,t.268,p. 37-40 (1969)

36 - MORET-BAILLY J. et BERGER H. C.R. Acad. Sc. Paris,t.269,p.416-419 (1969)

37 - BARGUES D. Notice tecnique n°213 (1973) - ONERA

38 - BREGIER R. et LEPAGE P. High resolution infrared spectrum of SILANE Journal of Mol. Spec. 45, 450-456 (1973)

39 - PIERRE G. et SAINT-LOUP R. Etude de la bande ν_3 du SILANE à haute résolution C.R. Acad. Sc. Paris ,t.276,p.937-940 (1973)

40 - HIRSCHFELD T. et WYNTJES G. Appl. Opt. / vol. 12, N° 12/ Décembre 1973

TABLE

Pages

INTRODUCTION 1

PREMIERE PARTIE : RAPPELS DES TRAVAUX EFFECTUES PAR GOLAY, GIRARD, MORET-BAILLY et CADOT.

I - Généralités 2
II - Systèmes de multifentes de GOLAY 4
1 - Principe de fonctionnement d'un spectromètre classique
2 - Systèmes de multifentes
3 - Fonctionnement statique
4 - Modulation du faisceau lumineux
III - Les grilles hyperboliques de GIRARD 6
1 - Fonctionnement des grilles de GIRARD
2 - Grilles utilisées par GIRARD
IV - Les grilles à répartition aléatoire de J. MORET-BAILLY et J. CADOT 8
1 - Généralités
2 - Fonctionnement des grilles
3 - Luminosité et fonction d'appareil

DEUXIEME PARTIE : GRILLES DU TYPE NEILL

I - Etude des grilles de NEILL 14
1 - Description des grilles
2 - Fonctionnement
3 - Conclusions
II - Etude de blocs d'éléments 19
1 - Bloc élémentaire à quatre termes
2 - Bloc à 8 termes
3 - Bloc à 16 termes
4 - Bloc à 64 termes
III - Choix des blocs de base 26
1 - GOLAY
2 - NEILL
3 - Choix de A et B
IV - Variation du flux lumineux à la coïncidence 29
1 - Cas où chaque groupe de base est séparé du suivant par une demi-

ligne opaque
2 - Cas où le nombre de demi-lignes opaques est réduit
V - Réalisation pratique d'une grille de 64 termes 34
VI - Résultats expérimentaux 42

TROISIEME PARTIE : GRILLES CALCULEES PAR UNE METHODE D'APPROXIMATIONS SUCCESSIVES

A) ETUDE D'UN MODELE DONT LA VIBRATION EST ORTHOGONALE A LA DIRECTION DE DISPERSION DU RESEAU.

I - Introduction 45
II - Principe du calcul d'une grille 46
1 - Défauts d'éclairement d'une grille de spectromètre
2 - Calcul progressif d'une grille
3 - Calcul d'une grille élémentaire G_i
III - Exemple de calcul d'une grille destinée à un système centré 52
1 - Choix des courbes (C)
2 - Choix des rectangles à tester dans G_i
3 - Modulation du faisceau lumineux relatif à une fente élémentaire
4 - Modulation introduite par un élément quelconque de la grille
5 - Choix de la fonction de qualité
IV - Réalisation des grilles 69
1 - Tracé initial des grilles
2 - Prise du cliché
3 - Photogravure
4 - Dessin des grilles sur une table traçante
a) Distorsion du réseau
b) Distorsion en trapèze
V - Fonctionnement du spectromètre muni de ces grilles 78
1 - Caractéristiques du montage
2 - Principaux réglages du monochromateur à grilles
3 - Résultats obtenus
4 - Conclusions

B) GRILLES VIBRANT PARALLELEMENT A LA DIRECTION DE DISPERSION

I - Introduction 87
II - Rappels - Vibration perpendiculaire à la direction de dispersion 88
III - Vibration parallèle à la direction de dispersion 89
IV - Calcul de grilles sur ordinateur 91
V - Utilisation pratique des grilles - Déconvolution 97
VI - Double intégration du signal 98

VI - Conclusions 98

QUATRIEME PARTIE : ADAPTATION DE GRILLES SUR UN SPECTROGRAPHE

I - Principe 100
II - Dimension des grilles 101
III - Codage des grilles 101
IV - Réalisation de la grille et enregistrement du spectre 105
V - Exploitation de la plaque photographique 108
1 - Réponse de la plaque photographique
2 - Hauteur et largeur d'un élément
3 - Processus général de fonctionnement - Cadrages
4 - Grille de référence - Inégalités d'éclairement
5 - Fonction d'appareil
6 - Exploration du cliché
7 - Influence de la distorsion due au réseau
8 - Enregistrement du spectre - Exploitation linéaire
9 - Exploitation quadratique des résultats
VI - Conclusions 129

CINQUIEME PARTIE : SPECTROMETRIE D'HADAMARD. GRILLES EN ROTATION UNIFORME.

A) SPECTROMETRIE MULTIPLEX
I - Généralités sur la spectrométrie multiplex 131
1 - Définition
2 - Description de la méthode utilisée par DECKER et HARWIT
3 - Interprétation - Gain FELLGETT
II - Spectrométrie multiplex avec des grilles 136
1 - Description d'un montage possible
2 - Calcul du flux lumineux
3 - Première série de résultats
4 - Définition d'un facteur de qualité
5 - Calcul de grilles avec cette méthode
6 - Résultats obtenus et interprétation

B) GRILLES EN ROTATION UNIFORME
I - Généralités 154
II - Codage 155
III - Calcul des grilles 156
IV - Résultats obtenus 158

CONCLUSIONS 161

APPENDICES 163

T H E S E

DE DOCTORAT D'ETAT

Présentée

par

Monsieur Claude MILAN

"Contribution à l'étude de grilles de décodage pour spectomètres sans fente".

Vu et permis d'imprimer

Dijon, le 14 Juin 1974

LE PRESIDENT DE L'UNIVERSITE DE DIJON

UNIVERSITE DE DIJON

Le Président

P. FEUILLEE